Математика и её приложения: ЖИМО. 2007. Выпуск 1 (4). С. 53 – 78.

УДК 512.54

А. А. Толстопятов[1]

Быстрый алгоритм кодирования и декодирования поля кратности при булевом сжатии файлов

Ключевые слова: булева алгебра, сжатие информации

Предложен алгоритм, позволяющий для разложения заданного натурального числа на сумму натуральных слагаемых с фиксированным числом слагаемых вычислить номер этого разложения в лексикографически упорядоченной таблице всех таких разложений без необходимости последовательно генерировать всю эту таблицу, что и обеспечивает быстроту алгоритма. Построен обратный алгоритм, позволяющий по заданному номеру в описанной выше таблице восстановить соответствующее этому номеру разложение.

We suggest the algorithm that calculate for representation of any natural number as a sum of fixed quantity of natural addends, it's number in the table of all such representations, which is lexicographically ordered. The algorithm does not demand the generation of the whole table, so this provides it's high speed. We construct also the return algorithm that allows also to restore the representation by it's number.

В работе рассматриваются задача, подробно сформулированная в [4], а именно задача о вычислении номера типа повторов в лексикографически упорядоченной таблице всех таких типов. В отличие от решения в [4] предлагаемый подход, который для другой задачи рассматривался в [1], основан на разложении указанной выше таблицы на блоки, блоков на подблоки и т. д., пока алгоритм не дойдет до блока, состоящего из единственного типа повторов с искомым номером. Такой подход, когда вместо последовательного прохождения всех типов повторов в этой таблице вычисляются длины предшествующих блоков, на порядки увеличивает скорость работы алгоритма по сравнению с алгоритмом из [4]. Однако платой за это служит увеличение сложности алгоритма. Сам этот алгоритм и обратный алгоритм декодирования необходим для построения кода поля кратности в задаче о булевом сжатии файлов, сформулированной в [2]. Асимптотические формулы для оценки длины кода поля кратности приведены в [3].

1. Постановка задачи

Пусть $n_1, n_2, \ldots, n_s$ — тип повторов, т. е. последовательность натуральных чисел, каждое из которых показывает сколько раз каждый из s

[1]Ивановский государственный университет; E-mail: khash2@mail.ru. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-07-00155).

различных кортежей, входящих в буфер, содержащий m кортежей, встречается в этом буфере. При этом выполнено соотношение

$$\sum_{k=1}^{s} n_k = m. \tag{1}$$

Упорядочим лексикографически все типы повторов считая, что

$$n_k \leq n_{k+1},\ k = 1, 2, \ldots, s-1.$$

В результате получается таблица

$$\begin{array}{lll}
1. & n_k = 1, & n_s = n - s + 1, \\
 & & k = 1, 2, \ldots, s-1, \\
2. & n_k = 1, & n_{s-1} = 2,\ n_s = m - s, \\
 & & k = 1, 2, \ldots, s-2, \\
 & \ldots & \\
D^s_{m-s}. & n_k = \left[\frac{m}{s}\right], & n_{p+l} = \left[\frac{m}{s}\right] + 1, \\
 & & k = 1, 2, \ldots, p, \\
 & & p = \left(\left[\frac{m}{s}\right] + 1\right) s - m, \\
 & & l = 1, 2, \ldots, s-p,
\end{array} \tag{2}$$

где через D^s_{m-s} обозначено число всех типов повторов при заданных m и s. Формулы для вычисления D^s_{m-s} приведены в следующем разделе этой работы. Задача кодирования поля кратности заключается в том, чтобы по заданному типу повторов $n_1, n_2, \ldots, n_s$ вычислить номер этого типа в таблице (2). Вторая задача, решаемая в этой работе, обратна к первой: по заданному номеру в таблице (2) вычислить тип повторов $n_1, n_2, \ldots, n_s$; это задача декодирования поля кратности.

2. Обозначения и формулы

Введем следующие обозначения:
m — число кортежей в буфере,
s — число неповторяющихся кортежей,
$n_i,\ i = 1, 2, \ldots, s,$ — числа повторов,
$\mathcal{N} = (n_1, n_2, \ldots, n_s)$ — тип повторов,
$\widetilde{\mathcal{N}} = (\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \ldots, \tilde{n}_s)$ — стандартная форма типов повторов,
причем в стандатной форме выполнено условие

$$\tilde{n}_1 \leq \tilde{n}_2 \leq \cdots \leq \tilde{n}_s, \tag{3}$$

а числа $\tilde{n}_i$ получаются из n_i перестановкой,

D^s_{m-s} — число стандартных форм.

D^s_{m-s} можно вычислить, используя производящую функцию

$$F_s(x) = \frac{1}{\prod_{j=1}^{s}(1 - x^j)} = \sum_{n=0}^{\infty} D^s_n x^n, \tag{4}$$

согласно формуле

$$D_n^s = \frac{1}{n!} \lim_{x\to\infty} \frac{d^n}{dx^n} \frac{1}{\prod_{k=1}^{s}(1-x^k)}. \tag{5}$$

Другой способ вычисления D_{m-s}^s основан на использовании следующих рекуррентных формул

$$\begin{array}{lll} 1.\ D_n^s & = D_{n-s}^s + D_n^{s-1}, & s \le n, \\ 2.\ D_n^s & = D_n^n, & s > n, \\ 3.\ D_0^s & = 1, & \\ 4.\ D_n^1 & = 1, & \\ 5.\ D_n^2 & = \left[\frac{n}{2}\right] + 1, & \end{array} \tag{6}$$

справедливость которых показана в [3]. Используя (6), нетрудно получить формулу для вычисления D_n^s в разложении $F(x)$ из (4):

$$D_n^s = \sum_{k=0}^{\left[\frac{n}{s}\right]} D_{n-ks}^{s-1}. \tag{7}$$

Далее обозначим:

p — число групп повторов, содержащих одинаковое количество повторов;

l_j — числа одинаковых чисел повторов стандартной формы, $j = 1,\ 2,\ \ldots,\ p$, причем выполнено соотношение

$$\sum_{j=1}^{p} l_j = s; \tag{8}$$

σ — длина блока стандартной формы, причем

$$\sigma = \frac{s!}{\prod\limits_{j=1}^{p}(l_j!)}; \tag{9}$$

$\mathcal{N}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_p}^{l_1\ldots l_p}$ — другое представление стандартной формы, причем

$$\mathcal{N}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_p}^{l_1\ldots l_p} = (\underbrace{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_1}_{l_1\ \text{раз}},\ldots \underbrace{\tilde{n}_p,\ldots,\tilde{n}_p}_{l_p\ \text{раз}}); \tag{10}$$

$\mathcal{N}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_k}^{l_1\ldots l_k}$ — блок стандартных форм, начинающихся с l_1 $\tilde{n}_1$-х чисел повторов, …, с l_k $\tilde{n}_k$-х чисел повторов;

$L_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_k}^{l_1\ldots l_k}$ — длина блока $\mathcal{N}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_p}^{l_1\ldots l_p}$;

$\overset{(1)}{s}_k$ — число последних чисел повторов, которые могут меняться в блоке $\mathcal{N}^{l_1 \dots l_p}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_p}$, причем

$$\overset{(l)}{s}_k = s - \sum_{i=1}^{k} l_i; \tag{11}$$

$\overset{(1)}{l}_k$ — показатель степени x в разложении $F_{\overset{(1)}{s}_k}(x)$ из (4) при вычислении $L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k}$, причем

$$\overset{(1)}{l}_k = m - (\tilde{n}_k + 1)s + \sum_{i=1}^{k} (\tilde{n}_k - \tilde{n}_i + 1) l_i. \tag{12}$$

Тогда

$$L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k} = D^{\overset{(1)}{s}_k}_{\overset{(1)}{l}_k}. \tag{13}$$

Далее:

$\mathcal{N}^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k,\tilde{n}_{k+1}}$ — длина блока стандартных форм, начинающихся с l_1 $\tilde{n}_1$-х чисел повторов, ..., с l_k $\tilde{n}_k$-х чисел повторов, с l_{k+1} $\tilde{n}_{k+1}$-х чисел повторов, число которых не задано;

$L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k,\tilde{n}_{k+1}}$ — длина блока $\mathcal{N}^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k,\tilde{n}_{k+1}}$;

$\overset{(2)}{s}_k$ — число последних чисел повторов, которые могут меняться в блоке $\mathcal{N}^{l_1 \dots l_p}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_p,\tilde{n}_{k+1}}$, причем

$$\overset{(2)}{s}_k = s - \sum_{i=1}^{k} l_i = \overset{(1)}{s}_k - 1; \tag{14}$$

$\overset{(2)}{l}_k$ — показатель степени x в разложении $F_{\overset{(2)}{s}_k}(x)$ из (4) при вычислении $L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k,\tilde{n}_{k+1}}$, причем

$$\overset{(2)}{l}_k = m - (\tilde{n}_{k+i})s + \sum_{i=1}^{k} (\tilde{n}_{k+1} - \tilde{n}_i + 1) l_i. \tag{15}$$

Тогда

$$L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k,\tilde{n}_{k+1}} = D^{\overset{(2)}{s}_k}_{\overset{(2)}{l}_k}. \tag{16}$$

Еще два обозначения:

N_1 — номер стандартной формы в таблице стандартных форм;

N_2 — номер перестановки в таблице перестановок блока стандартной формы $\mathcal{N}^{l_1 \dots l_p}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_p}$.

Номер N_1 можно вычислить сложением длин всех предшествующих блоков, поэтому справедлива формула:

$$N_1 = \sum_{k=1}^{\tilde n_1-1} L_k + \sum_{k=s-1}^{l_1+1} L^k_{\tilde n_1} + \sum_{k=\tilde n_1+1}^{\tilde n_2-1} L^{l_1}_{\tilde n_1,k} + \sum_{k=s-l_1-1}^{l_2+1} L^{l_1 k}_{\tilde n_1,\tilde n_2} + \sum_{k=\tilde n_2+1}^{\tilde n_3-1} L^{l_1 l_2}_{\tilde n_1,\tilde n_2,k} +$$
$$+ \sum_{k=s-l_1-l_2-1}^{l_3+1} L^{l_1 l_2 k}_{\tilde n_1,\tilde n_2,\tilde n_3} + \sum_{k=\tilde n_3+1}^{\tilde n_4-1} L^{l_1 l_2 l_3}_{\tilde n_1,\tilde n_2,\tilde n_3} + \sum_{k=s-l_1-l_2-l_3-1}^{l_4+1} L^{l_1 l_2 l_3 k}_{\tilde n_1,\tilde n_2,\tilde n_3,\tilde n_4} +$$
$$+ \cdots + \sum_{k=\tilde n_{p-1}+1}^{\tilde n_p-1} L^{l_1 l_2 \ldots l_{p-1}}_{\tilde n_1,\tilde n_2,\ldots \tilde n_{p-1}} + \sum_{k=s-l_1-l_2-\cdots-l_{p-1}-1}^{l_p+1} L^{l_1 l_2 \ldots l_{p-1} k}_{\tilde n_1,\tilde n_2,\ldots \tilde n_{p-1},\tilde n_p} + 1. \quad (17)$$

Число N_2 может быть вычислено с помощью алгоритма, рассмотренного в [5].

3. Код поля кратности

Рассмотрим шаблон кода поля кратности, структуру, заполнение при кодировании и декодировании этого кода.

3.1. Структура шаблона поля кратности

Шаблон кода поля кратности состоит из 4-х ячеек и может быть представлен так:

1-я управляющая ячейка	N_1	2-я управляющая ячейка	N_2

Рис. 1. Шаблон кода поля кратности

1-я управляющая ячейка заполняется двоичным кодом числа, задающего разрядность числа N_1. 2-я управляющая ячейка заполняется двоичным кодом числа N_1. 3-я управляющая ячейка заполняется двоичным кодом числа, задающего разрядность числа N_2. 4-я управляющая ячейка заполняется двоичным кодом числа N_2. Можно исключить обе управляющие ячейки из шаблона кода поля кратности, но тогда для ячейки, содержащей число N_1 нужно отвести маскимальную длину, равную $\log_2 D^s_{m-s}$, а для ячейки, содержащей число N_2 — тоже максимальную длину, равную $\log_2 \sigma$, что приводит, хотя и не всегда, к уменьшению длины кода кратности.

3.2. Заполнение шаблона

Для заполнения шаблона поля кратности необходимо выполнить следующие операции.

1. Взять из кода поля принадлежности m и s.
2. Вычислить по (5) или (6) D^s_{m-s}.
3. Вычислить разрядность 1-й управляющей ячейки, равную $\log_2 \log_2 D^s_{m-s}$.

4. По алгоритму, описанному в 8-ом разделе настоящей работы вычислить число N_1.

5. Вычислить разрядность N_1, равную $\log_2 N_1$.

6. Числом $\log_2 N_1$ заполняется 1-я управляющая ячейка.

7. Вычислить длину блока σ стандартной формы $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_p}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_p}$ равную

$$\sigma = \frac{s!}{\prod\limits_{j=1}^{p}(l_j!)}.$$

8. Вычислить разрядность 2-й управляющей ячейки, равную $\log_2 \log_2 \sigma$.

9. По типу повторов $(\mathcal{N}_{n_1,\dots,n_s})$ и стандартной форме $\widetilde{\mathcal{N}} = (\tilde{n}_1, \dots, \tilde{n}_s)$, используя алгоритм из [5], найти перестановку чисел кратности, переводящую $\widetilde{\mathcal{N}}$ в $\mathcal{N}$.

10. По алгоритму из [5] вычислить N_2.

11. Вычислить разрядность N_2, равную $\log_2 N_2$.

12. Заполнить 2-ю управляющую ячейку числом $\log_2 N_2$.

13. Заполнить последнюю ячейку шаблона числом N_2.

3.3. Декодирование кода

Для декодирования, т. е. восстановления типа повторов $(\mathcal{N}_{n_1,\dots,n_s})$, необходимо выполнить следующие операции.

1. Взять из поля принадлежности m и s.

2. Вычислить по (5) или (6) D^s_{m-s}.

3. Вычислить $\log_2 \log_2 D^s_{m-s}$. Это число определяет сколько первых разрядов кода поля кратности приходятся на 1-ю управляющую ячейку.

4. Двоичный код числа, записанного в первых $\log_2 \log_2 D^s_{m-s}$ разрядах кода поля кратности задает разрядность, приходящуюся на N_1.

5. Используя число из п. 4, находим N_1.

6. Зная N_1, по алгоритму, рассмотренному в 9-ом разделе настоящей работы, находим стандартную форму $\widetilde{\mathcal{N}} = (\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \dots, \tilde{n}_s)$.

7. Зная стандартную форму $\widetilde{\mathcal{N}} = (\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \dots, \tilde{n}_s) = \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_p}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_p}$ по (9) вычисляем σ и находим разрядность 2-ой управляющей ячейки, равную $\log_2 \log_2 \sigma$.

8. Двоичный код числа, стоящего в разрядах, определенных в п. 7, задает разрядность, приходящуюся на N_2.

9. Используя число разрядов, приходящееся на N_2, находим N_2.

10. Зная N_2, по алгоритму, рассмотренному в [5], находим перестановку в блоке стандартной формы $\widetilde{\mathcal{N}} = (\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \dots, \tilde{n}_s)$.

11. Зная стандартную форму $\widetilde{\mathcal{N}} = (\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \dots, \tilde{n}_s)$ из п. 6 и переданному из п. 10, находим тип повторов $(\mathcal{N}_{n_1,\dots,n_s})$.

4. Структура таблицы стандартных форм

Чтобы описать структуру таблицы стандартных форм, нужно учитывать следующие положения.

1. Таблица стандартных форм однозначно определяется m и s.

2. Таблица стандартных форм содержит D^s_{m-s} стандартных форм.

3. D^s_{m-s} вычисляется согласно (5) или (6).

4. $\max \widetilde{n}_1 = \left[\dfrac{m}{s}\right]$.

5. $\max \widetilde{n}_s = m - s + 1$.

6. Таблица стандартных форм делится на блоки двух видов: $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$ и $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k}$.

7. Число стандартных форм вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$ есть $L^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$.

8. $L^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$ вычисляется согласно пп. (14–16) и алгоритму, рассмотренному в 7-ом разделе настоящей работы.

9. Число стандартных форм вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k}$ есть $L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k}$.

10. $L^{l_1 \dots l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_k}$ вычисляется согласно пп.(11–13) и алгоритму, рассмотренному в 7-ом разделе настоящей работы.

11. 1-е деление таблицы стандартных форм — это деление на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1}$, $\tilde{n}_1 = 1, \dots, \left[\dfrac{m}{s}\right]$.

12. 2-е деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1}$, $l_1 = s-1, \dots, 1$.

...

13. $(2k-1)$-е деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1}}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$, где

$$\tilde{n}_k = \tilde{n}_{k+1} + 1, \dots, \left[\frac{m - \sum\limits_{i=1}^{k-1} \tilde{n}_i l_i}{s - \sum\limits_{i=1}^{k-1} l_i}\right].$$

14. $(2k)$-е деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{k-1},l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k}$, $l_k = s - \sum\limits_{i=1}^{k-1} l_i - 1, \dots, 1$.

15. Как только $L^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k} = 1$ или $L^{l_1 \dots l_{k-1},l_k}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k} = 1$, то дальнейшее деление невозможно и оно прекращается, т. к. блок содержит только одну стандартную форму.

16. Если $L^{l_1 \dots l_{k-1}}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{k-1},\tilde{n}_k} = 1$, то возможны следующие два случая.

16.1. $k = p - 1$. Тогда стандартная форма $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \dots l_{p-1},l_p}_{\tilde{n}_1,\dots,\tilde{n}_{p-1},\tilde{n}_p}$ имеет следующую структуру

$$\begin{aligned} l_k &= l_{p-1} &&= 1 \\ \tilde{n}_{k+1} &= \tilde{n}_p &&= m - \sum_{i=1}^{m} \tilde{n}_i l_i - \tilde{n}_k \\ l_{k+1} &= l_p &&= 1 \end{aligned}$$

16.2. $m \equiv m - \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{n}_i l_i \mod \tilde{n}_k$. Тогда стандартная форма $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \ldots l_{p-1}, l_p}_{\tilde{n}_1, \ldots, \tilde{n}_{p-1}, \tilde{n}_p}$ имеет структуру

$$\begin{aligned} k = p \quad l_k &= l_p &&= s - m - \sum_{i=1}^{m} l_i \\ \tilde{n}_k &= \tilde{n}_p &&= \left\lceil \frac{m - \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{n}_i l_i}{s - \sum_{i=1}^{k-1} l_i} \right\rceil \end{aligned}$$

17. Если $L^{l_1 \ldots l_{k-1}, l_k}_{\tilde{n}_1, \ldots, \tilde{n}_{k-1}, \tilde{n}_k} = 1$, то $p = k + 2$ и стандартная форма $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 \ldots l_{p-1}, l_p}_{\tilde{n}_1, \ldots, \tilde{n}_{p-1}, \tilde{n}_p}$ имеет структуру

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{p-1} &= \tilde{n}_{k+1} &&= M \\ l_{p-1} &= l_{k+1} &&= \sum_{i=1}^{k} (\tilde{n}_i - 1) l_i - s + (s - \sum_{i=1}^{k} l_i) M \\ \tilde{n}_p &= \tilde{n}_{k+2} &&= 1 + M \\ l_p &= l_{k+2} &&= m - \sum_{i=1}^{k} (\tilde{n}_i) l_i - (s - \sum_{i=1}^{k} l_i) M \ , \end{aligned}$$

где

$$M = \left\lceil \frac{m - \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{n}_i l_i}{s - \sum_{i=1}^{k-1} l_i} \right\rceil .$$

5. Пример деления таблицы стандартных форм на блоки

Чтобы сделать структуру таблицы стандартных форм наглядной, рассмотрим пример деления такой таблицы на блоки.

Пусть $m = 20$ и $s = 6$. Тогда, используя (5) или (6), найдем, что $D^s_{m-s} = D^6_{14} = 90$, а сама таблица имеет вид:

Таблица 1. Стандартные формы для $m=20,\ n=6$

1. 1+1+1+1+1+15	31. 1+1+2+3+3+10	61. 1+2+3+3+4+7
2. 1+1+1+1+2+14	32. 1+1+2+3+4+9	62. 1+2+3+3+5+6
3. 1+1+1+1+3+13	33. 1+1+2+3+5+8	63. 1+2+3+4+4+6
4. 1+1+1+1+4+12	34. 1+1+2+3+4+4	64. 1+2+3+4+5+5
5. 1+1+1+1+5+11	35. 1+1+2+4+4+8	65. 1+2+4+4+4+5
6. 1+1+1+1+6+10	36. 1+1+2+4+5+7	66. 1+3+3+3+3+7
7. 1+1+1+1+7+9	37. 1+1+2+4+6+6	67. 1+3+3+3+4+6
8. 1+1+1+1+8+8	38. 1+1+2+5+5+6	68. 1+3+3+3+5+5
9. 1+1+1+2+2+13	39. 1+1+3+3+3+9	69. 1+3+3+4+4+5
10. 1+1+1+2+3+12	40. 1+1+3+3+4+8	70. 1+3+4+4+4+4
11. 1+1+1+2+4+11	41. 1+1+3+3+5+7	71. 2+2+2+2+2+10
12. 1+1+1+2+5+10	42. 1+1+3+3+6+6	72. 2+2+2+2+3+9
13. 1+1+1+2+6+9	43. 1+1+3+4+4+7	73. 2+2+2+2+4+8
14. 1+1+1+2+7+8	44. 1+1+3+4+5+6	74. 2+2+2+2+5+7
15. 1+1+1+3+3+11	45. 1+1+3+5+5+5	75. 2+2+2+2+6+6
16. 1+1+1+3+4+10	46. 1+1+4+4+4+6	76. 2+2+2+3+3+8
17. 1+1+1+3+5+9	47. 1+1+4+4+5+5	77. 2+2+2+3+4+7
18. 1+1+1+3+6+8	48. 1+2+2+2+2+11	78. 2+2+2+3+5+6
19. 1+1+1+3+7+7	49. 1+2+2+2+3+10	79. 2+2+2+4+4+6
20. 1+1+1+4+4+9	50. 1+2+2+2+4+9	80. 2+2+2+4+5+5
21. 1+1+1+4+5+8	51. 1+2+2+2+5+8	81. 2+2+3+3+3+7
22. 1+1+1+4+6+7	52. 1+2+2+2+6+7	82. 2+2+3+3+4+6
23. 1+1+1+5+5+7	53. 1+2+2+3+3+9	83. 2+2+3+3+5+5
24. 1+1+1+5+6+6	54. 1+2+2+3+4+8	84. 2+2+3+4+4+6
25. 1+1+2+2+2+12	55. 1+2+2+3+5+7	85. 2+2+4+4+4+4
26. 1+1+2+2+3+11	56. 1+2+2+3+6+6	86. 2+3+3+3+3+6
27. 1+1+2+2+4+10	57. 1+2+2+4+4+7	87. 2+3+3+3+4+5
28. 1+1+2+2+5+9	58. 1+2+2+4+5+6	88. 2+3+3+4+4+4
29. 1+1+2+2+6+8	59. 1+2+2+5+5+5	89. 3+3+3+3+3+5
30. 1+1+2+2+7+7	60. 1+2+3+3+3+8	90. 3+3+3+3+4+4

Первое деление таблицы 1 на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1}$ дает три типа блока, а значит $\tilde{n}_1 = 1,\ 2,\ 3$.

Таблица 2. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1$, $L_1 = 70$

1. 1+1+1+1+1+15	25. 1+1+2+2+2+12	49. 1+2+2+2+3+10
2. 1+1+1+1+2+14	26. 1+1+2+2+3+11	50. 1+2+2+2+4+9
3. 1+1+1+1+3+13	27. 1+1+2+2+4+10	51. 1+2+2+2+5+8
4. 1+1+1+1+4+12	28. 1+1+2+2+5+9	52. 1+2+2+2+6+7
5. 1+1+1+1+5+11	29. 1+1+2+2+6+8	53. 1+2+2+3+3+9
6. 1+1+1+1+6+10	30. 1+1+2+2+7+7	54. 1+2+2+3+4+8
7. 1+1+1+1+7+9	31. 1+1+2+3+3+10	55. 1+2+2+3+5+7
8. 1+1+1+1+8+8	32. 1+1+2+3+4+9	56. 1+2+2+3+6+6
9. 1+1+1+2+2+13	33. 1+1+2+3+5+8	57. 1+2+2+4+4+7
10. 1+1+1+2+3+12	34. 1+1+2+3+4+4	58. 1+2+2+4+5+6
11. 1+1+1+2+4+11	35. 1+1+2+4+4+8	59. 1+2+2+5+5+5
12. 1+1+1+2+5+10	36. 1+1+2+4+5+7	60. 1+2+3+3+3+8
13. 1+1+1+2+6+9	37. 1+1+2+4+6+6	61. 1+2+3+3+4+7
14. 1+1+1+2+7+8	38. 1+1+2+5+5+6	62. 1+2+3+3+5+6
15. 1+1+1+3+3+11	39. 1+1+3+3+3+9	63. 1+2+3+4+4+6
16. 1+1+1+3+4+10	40. 1+1+3+3+4+8	64. 1+2+3+4+5+5
17. 1+1+1+3+5+9	41. 1+1+3+3+5+7	65. 1+2+4+4+4+5
18. 1+1+1+3+6+8	42. 1+1+3+3+6+6	66. 1+3+3+3+3+7
19. 1+1+1+3+7+7	43. 1+1+3+4+4+7	67. 1+3+3+3+4+6
20. 1+1+1+4+4+9	44. 1+1+3+4+5+6	68. 1+3+3+3+5+5
21. 1+1+1+4+5+8	45. 1+1+3+5+5+5	69. 1+3+3+4+4+5
22. 1+1+1+4+6+7	46. 1+1+4+4+4+6	70. 1+3+4+4+4+4
23. 1+1+1+5+5+7	47. 1+1+4+4+5+5	
24. 1+1+1+5+6+6	48. 1+2+2+2+2+11	

Таблица 3. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2$, $L_2 = 18$

1. 2+2+2+2+2+10	7. 2+2+2+3+4+7	13. 2+2+3+3+5+5
2. 2+2+2+2+3+9	8. 2+2+2+3+5+6	14. 2+2+3+4+4+6
3. 2+2+2+2+4+8	9. 2+2+2+4+4+6	15. 2+2+4+4+4+4
4. 2+2+2+2+5+7	10. 2+2+2+4+5+5	16. 2+3+3+3+3+6
5. 2+2+2+2+6+6	11. 2+2+3+3+3+7	17. 2+3+3+3+4+5
6. 2+2+2+3+3+8	12. 2+2+3+3+4+6	18. 2+3+3+4+4+4

Таблица 4. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_3$, $L_3 = 2$

1. 3+3+3+3+3+5	2. 3+3+3+3+4+4

Второе деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1}^{l_1}$ дает следующие результаты: для $\tilde{n}_1 = 1$, $l_1 = 5, 4, 3, 2, 1$. Это значит, что блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1$ разделится на пять блоков $\widetilde{\mathcal{N}}_1^5$, $\widetilde{\mathcal{N}}_1^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_1^3$, $\widetilde{\mathcal{N}}_1^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_1^1$. Для $\tilde{n}_1 = 2$, $l_1 = 5, 4, 3, 2, 1$. Это значит, что блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2$ разделится на пять блоков $\widetilde{\mathcal{N}}_2^5$, $\widetilde{\mathcal{N}}_2^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_2^3$, $\widetilde{\mathcal{N}}_2^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_2^1$. Для $\tilde{n}_1 = 3$, $l_1 = 5, 4$. Это значит, что блок $\widetilde{\mathcal{N}}_3$ разделится на два блока $\widetilde{\mathcal{N}}_3^5$, $\widetilde{\mathcal{N}}_3^4$. Соответствующие таблицы приведены ниже.

Таблица 5. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^5$, $L_1^5 = 1$

1. 1+1+1+1+1+15

Таблица 6. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^4$, $L_1^4 = 7$

1. 1+1+1+1+1+15	4. 1+1+1+1+4+12	6. 1+1+1+1+6+10
2. 1+1+1+1+2+14	5. 1+1+1+1+5+11	7. 1+1+1+1+7+9
3. 1+1+1+1+3+13		

Таблица 7. Блок Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^3$, $L_1^3 = 16$

1. 1+1+1+2+2+13	7. 1+1+1+3+3+11	12. 1+1+1+4+4+9
2. 1+1+1+2+3+12	8. 1+1+1+3+4+10	13. 1+1+1+4+5+8
3. 1+1+1+2+4+11	9. 1+1+1+3+5+9	14. 1+1+1+4+6+7
4. 1+1+1+2+5+10	10. 1+1+1+3+6+8	15. 1+1+1+5+5+7
5. 1+1+1+2+6+9	11. 1+1+1+3+7+7	16. 1+1+1+5+6+6
6. 1+1+1+2+7+8		

Таблица 8. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^2$, $L_1^2 = 23$

1. 1+1+2+2+2+12	9. 1+1+2+3+5+8	17. 1+1+3+3+5+7
2. 1+1+2+2+3+11	10. 1+1+2+3+4+4	18. 1+1+3+3+6+6
3. 1+1+2+2+4+10	11. 1+1+2+4+4+8	19. 1+1+3+4+4+7
4. 1+1+2+2+5+9	12. 1+1+2+4+5+7	20. 1+1+3+4+5+6
5. 1+1+2+2+6+8	13. 1+1+2+4+6+6	21. 1+1+3+5+5+5
6. 1+1+2+2+7+7	14. 1+1+2+5+5+6	22. 1+1+4+4+4+6
7. 1+1+2+3+3+10	15. 1+1+3+3+3+9	23. 1+1+4+4+5+5
8. 1+1+2+3+4+9	16. 1+1+3+3+4+8	

Таблица 9. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^1$, $L_1^1 = 23$

1. 1+2+2+2+2+11	9. 1+2+2+3+6+6	17. 1+2+3+4+5+5
2. 1+2+2+2+3+10	10. 1+2+2+4+4+7	18. 1+2+4+4+4+5
3. 1+2+2+2+4+9	11. 1+2+2+4+5+6	19. 1+3+3+3+3+7
4. 1+2+2+2+5+8	12. 1+2+2+5+5+5	20. 1+3+3+3+4+6
5. 1+2+2+2+6+7	13. 1+2+3+3+3+8	21. 1+3+3+3+5+5
6. 1+2+2+3+3+9	14. 1+2+3+3+4+7	22. 1+3+3+4+4+5
7. 1+2+2+3+4+8	15. 1+2+3+3+5+6	23. 1+3+4+4+4+4
8. 1+2+2+3+5+7	16. 1+2+3+4+4+6	

Таблица 10. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^5$, $L_2^5 = 1$

1. 2+2+2+2+2+10

Таблица 11. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^4$, $L_2^4 = 4$

1. 2+2+2+2+3+9	3. 2+2+2+2+5+7	4. 2+2+2+2+6+6
2. 2+2+2+3+4+8		

Таблица 12. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^3$, $L_2^3 = 5$

1. 2+2+2+3+3+8	3. 2+2+2+3+5+6	5. 2+2+2+4+5+5
2. 2+2+2+3+4+7	4. 2+2+2+4+4+6	

Таблица 13. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^2$, $L_2^2 = 5$

1. 2+2+3+3+3+7	3. 2+2+3+3+5+5	5. 2+2+4+4+4+4
2. 2+2+3+3+4+76	4. 2+2+3+4+4+5	

Таблица 14. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^1$, $L_2^1 = 3$

1. 2+3+3+3+3+6	2. 2+3+3+3+4+5	3. 2+3+3+4+4+4

Таблица 15. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_3^5$, $L_3^5 = 1$

1. 3+3+3+3+3+5

Таблица 16. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_3^4$, $L_3^4 = 1$

1. 3+3+3+4+4+5

Третье деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1}^{l_i}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2}^{l_1}$ дает следующие результаты. Так как l_1 может принимать значения $l_1 = 4, 3, 2, 1$, а при $l_1 = 5$ уже $L_3^5 = 1$ и $L_3^4 = 1$, что соответствует $\tilde{n}_1 = 3$, то нужно рассмотреть случаи $\tilde{n}_1 = 1, 2$ и $l_1 = 4, 3, 2, 1$.

Для $\tilde{n}_1 = 1$, $l_1 = 4$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^4$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_1^4$ разделяется на 7 блоков — $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{14}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{15}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{16}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{17}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{18}^4$.

Для $\tilde{n}_1 = 1$, $l_1 = 3$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^3$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 2, 3, 4, 5$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_1^3$ разделяется на 4 блока — $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{14}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{15}^2$.

Для $\tilde{n}_1 = 1$, $l_1 = 2$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^2$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 2, 3, 4$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_1^2$ разделяется на 3 блока — $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{14}^2$.

Для $\tilde{n}_1 = 1$, $l_1 = 1$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_1^2$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 2, 3$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_1^1$ разделяется на 2 блока — $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^2$.

Для $\tilde{n}_1 = 2$, $l_1 = 4$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^4$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 3, 4, 5, 6$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_2^4$ разделяется на 4 блока — $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{24}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{25}^4$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{26}^4$.

Для $\tilde{n}_1 = 2$, $l_1 = 3$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^3$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 3, 4$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_2^3$ разделяется на 2 блока — $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^3$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{24}^3$.

Для $\tilde{n}_1 = 2$, $l_1 = 2$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^2$ допускает значения $\tilde{n}_2 = 3, 4$, а значит $\widetilde{\mathcal{N}}_2^2$ разделяется на 2 блока — $\widetilde{\mathcal{N}}_{33}^2$, $\widetilde{\mathcal{N}}_{34}^2$.

Для $\tilde{n}_1 = 2$, $l_1 = 1$ блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^1$ допускает значения $\tilde{n}_3 = 3$, а значит блок $\widetilde{\mathcal{N}}_2^1$ достаточно переобозначить через $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^1$. Соответствующие таблицы приведены ниже.

Таблица 17. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^4$, $L_{12}^4 = 1$

1. 1+1+1+1+2+14

Таблица 18. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^4$, $L_{13}^4 = 1$

1. 1+1+1+1+3+13

Таблица 19. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{14}^4$, $L_{14}^4 = 1$

1. 1+1+1+1+4+12

Таблица 20. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{15}$, $L^4_{15} = 1$

1. 1+1+1+1+5+11

Таблица 21. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{16}$, $L^4_{16} = 1$

1. 1+1+1+1+6+10

Таблица 22. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{17}$, $L^4_{17} = 1$

1. 1+1+1+1+7+9

Таблица 23. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{18}$, $L^4_{18} = 1$

1. 1+1+1+1+8+8

Таблица 24. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{12}$, $L^3_{12} = 6$

1. 1+1+1+2+2+13	3. 1+1+1+2+3+11	5. 1+1+1+2+6+9
2. 1+1+1+2+3+12	4. 1+1+1+2+5+10	6. 1+1+1+2+7+8

Таблица 25. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{13}$, $L^3_{13} = 5$

1. 1+1+1+3+3+11	3. 1+1+1+3+5+9	5. 1+1+1+3+3+7
2. 1+1+1+3+4+10	4. 1+1+1+3+6+8	

Таблица 26. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{14}$, $L^3_{14} = 3$

1. 1+1+1+4+4+9	2. 1+1+1+4+5+8	3. 1+1+1+4+6+7

Таблица 27. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{15}$, $L^3_{15} = 2$

1. 1+1+1+5+5+7	2. 1+1+1+5+6+6

Таблица 28. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^2_{12}$, $L^2_{12} = 14$

1. 1+1+2+2+2+12	6. 1+1+2+2+7+7	11. 1+1+2+4+4+8
2. 1+1+2+2+3+11	7. 1+1+2+3+3+10	12. 1+1+2+4+5+7
3. 1+1+2+2+4+10	9. 1+1+2+3+4+9	13. 1+1+2+4+6+6
4. 1+1+2+2+5+9	9. 1+1+2+3+5+8	14. 1+1+2+5+5+6
5. 1+1+2+2+6+8	10. 1+1+2+3+6+7	

Таблица 29. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^2_{13}$, $L^2_{13} = 7$

1. 1+1+3+3+3+9	4. 1+1+3+3+6+6	6. 1+1+3+4+5+6
2. 1+1+3+3+4+8	5. 1+1+3+4+4+7	7. 1+1+3+5+5+5
3. 1+1+3+3+5+7		

Таблица 30. $\widetilde{\mathcal{N}}^2_{14}$, $L^2_{14} = 2$

1. 1+1+4+4+4+6	2. 1+1+4+4+5+5

Таблица 31. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^1_{12}$, $L^1_{12} = 18$

1. 1+2+2+2+2+11	7. 1+2+2+3+4+8	13. 1+2+3+3+3+8
2. 1+2+2+2+3+10	8. 1+2+2+3+5+7	14. 1+2+3+3+4+7
3. 1+2+2+2+4+9	9. 1+2+2+3+6+6	15. 1+2+3+3+5+6
4. 1+2+2+2+5+8	10. 1+2+2+3+6+6	16. 1+2+3+4+4+6
5. 1+2+2+2+6+7	11. 1+2+2+4+5+6	17. 1+2+3+4+5+5
6. 1+2+2+3+3+9	12. 1+2+2+5+5+5	18. 1+2+4+4+4+5

Таблица 32. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^1_{13}$, $L^1_{13} = 5$

1. 1+3+3+3+3+7	3. 1+3+3+3+5+5	5. 1+3+4+4+4+4
2. 1+3+3+3+4+6	4. 1+3+3+4+4+5	

Таблица 33. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{23}$, $L^4_{23} = 1$

1. 2+2+2+2+3+9

Таблица 34. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{24}$, $L^4_{24} = 1$

1. 2+2+2+2+4+8

Таблица 35. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{25}$, $L^4_{25} = 1$

1. 2+2+2+2+5+7

Таблица 36. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{26}$, $L^4_{26} = 1$

1. 2+2+2+2+6+6

Таблица 37. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{23}$, $L^3_{23} = 3$

1. 2+2+2+3+3+8	2. 2+2+2+3+4+7	3. 2+2+2+3+5+6

Таблица 38. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{24}$, $L^3_{24} = 2$

1. 2+2+2+4+4+6	2. 2+2+2+4+5+5

Таблица 39. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^3_{23}$, $L^3_{23} = 4$

1. 2+2+3+3+3+7	3. 2+2+3+3+5+5	4. 2+2+3+4+4+5
2. 2+2+3+3+4+6		

Таблица 40. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^2_{24}$, $L^2_{24} = 1$

1. 2+2+4+4+4+4

Таблица 41. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^1_{23}$, $L^1_{23} = 3$

1. 2+3+3+3+3+6	2. 2+3+3+3+4+5	3. 2+3+3+4+4+4

Четвертое деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 l_2}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2}$ дает следующие результаты. Так как при $l_1 = 4$ все блоки $\widetilde{\mathcal{N}}^4_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2}$ имеют длины $L^4_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2} = 1$, то достаточно рассмотреть случаи, когда $l_1 = 3$, 2, 1. Соответствующие таблицы приведены ниже.

Таблица 42. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{32}_{12}$, $L^{32}_{12} = 1$

1. 1+1+1+2+2+13

Таблица 43. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{12}$, $L^{31}_{12} = 5$

1. 1+1+1+2+3+12	3. 1+1+1+2+5+10	5. 1+1+1+2+7+8
2. 1+1+1+2+4+11	4. 1+1+1+2+6+9	

Таблица 44. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{32}_{12}$, $L^{32}_{12} = 1$

1. 1+1+1+3+3+11

Таблица 45. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{12}$, $L^{31}_{12} = 4$

1. 1+1+1+3+4+10	3. 1+1+1+3+6+ 8	4. 1+1+1+3+7+7
2. 1+1+1+3+5+9		

Таблица 46. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{32}_{14}$, $L^{32}_{14} = 1$

1. 1+1+1+4+4+9

Таблица 47. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{14}$, $L^{31}_{14} = 2$

1. 1+1+1+4+5+8	2. 1+1+1+4+6+ 7

Таблица 48. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{32}_{15}$, $L^{32}_{15} = 1$

1. 1+1+1+5+5+7

Таблица 49. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{15}$, $L^{31}_{15} = 1$

1. 1+1+1+5+6+6

Таблица 50. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{23}_{12}$, $L^{23}_{12} = 1$

1. 1+1+2+2+2+12

Таблица 51. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{32}_{12}$, $L^{32}_{12} = 5$

1. 1+1+2+2+3+11	3. 1+1+2+3+5+8	5. 1+1+2+2+7+7
2. 1+1+2+2+4+10	4. 1+1+2+3+6+7	

Таблица 52. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{12}$, $L^{21}_{12} = 8$

1. 1+1+2+3+3+10	4. 1+1+2+3+6+7	7. 1+1+2+4+6+6
2. 1+1+2+3+4+9	5. 1+1+2+4+4+8	8. 1+1+2+5+5+6
3. 1+1+2+3+5+8	6. 1+1+2+4+5+7	

Таблица 53. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{23}_{13}$, $L^{23}_{13} = 1$

1. 1+1+3+3+3+9

Таблица 54. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{13}$, $L^{22}_{13} = 3$

1. 1+1+3+3+4+8	2. 1+1+3+3+5+7	3. 1+1+3+3+4+6

Таблица 55. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^{21}$, $L_{13}^{21} = 3$

1. 1+1+3+4+4+7 2. 1+1+3+4+5+6 3. 1+1+3+5+5+5

Таблица 56. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{14}^{23}$, $L_{14}^{23} = 1$

1. 1+1+4+4+4+6

Таблица 57. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{14}^{22}$, $L_{14}^{22} = 1$

1. 1+1+4+4+5+5

Таблица 58. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^{14}$, $L_{12}^{14} = 1$

1. 1+2+2+2+2+11

Таблица 59. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^{13}$, $L_{12}^{13} = 4$

1. 1+2+2+2+3+10 2. 1+2+2+2+4+9 3. 1+2+2+2+4+9 4. 1+2+2+2+6+7

Таблица 60. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^{12}$, $L_{12}^{12} = 7$

1. 1+2+2+3+3+9 2. 1+2+2+3+4+8 3. 1+2+2+3+5+7 4. 1+2+2+3+6+6 5. 1+2+2+4+4+7 6. 1+2+2+4+5+6 7. 1+2+2+5+5+5

Таблица 61. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{12}^{11}$, $L_{12}^{11} = 6$

1. 1+2+3+3+3+8 2. 1+2+3+3+4+7 3. 1+2+3+3+5+6 4. 1+2+3+4+4+6 5. 1+2+3+4+4+6 6. 1+2+4+4+4+5

Таблица 62. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^{14}$, $L_{13}^{14} = 1$

1. 1+3+3+3+3+7

Таблица 63. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^{13}$, $L_{13}^{13} = 2$

1. 1+3+3+3+4+6 2. 1+3+3+3+5+5

Таблица 64. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^{12}$, $L_{13}^{12} = 1$

1. 1+3+3+4+4+5

Таблица 65. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{13}^{11}$, $L_{13}^{11} = 1$

1. 1+3+4+4+4+4

Таблица 66. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{32}$, $L_{23}^{32} = 1$

1. 2+2+2+3+3+8

Таблица 67. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{31}$, $L_{23}^{31} = 2$

1. 2+2+2+3+4+7 2. 2+2+2+3+5+6

Таблица 68. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{24}^{32}$, $L_{24}^{32} = 1$

1. 2+2+2+4+4+6

Таблица 69. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{24}^{31}$, $L_{24}^{31} = 1$

1. 2+2+2+4+5+5

Таблица 70. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{23}$, $L_{23}^{23} = 1$

1. 2+2+3+3+3+7

Таблица 71. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{22}$, $L_{23}^{22} = 2$

1. 2+2+3+3+4+6 2. 2+2+3+3+5+ 5

Таблица 72. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{21}$, $L_{23}^{21} = 1$

1. 2+2+3+4+4+5

Таблица 73. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{14}$, $L_{23}^{14} = 1$

1. 2+3+3+3+3+6

Таблица 74. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{13}$, $L_{23}^{13} = 1$

1. 2+3+3+3+4+5

Таблица 75. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{23}^{12}$, $L_{23}^{12} = 1$

1. 2+3+3+4+4+4

Пятое деление блоков вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2}^{l_1l_2}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2\tilde{n}_3}^{l_1l_2}$ дает следующие результаты.

Таблица 76. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{123}^{31}$, $L_{123}^{31} = 1$

1. 1+1+1+2+3+12

Таблица 77. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{124}^{31}$, $L_{124}^{31} = 1$

1. 1+1+1+2+4+11

Таблица 78. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{125}^{31}$, $L_{125}^{31} = 1$

1. 1+1+1+2+5+10

Таблица 79. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{126}^{31}$, $L_{126}^{31} = 1$

1. 1+1+1+2+6+9

Таблица 80. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}_{127}^{31}$, $L_{127}^{31} = 1$

1. 1+1+1+2+7+8

Таблица 81. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{134}$, $L^{31}_{134}=1$

1. 1+1+1+3+4+10

Таблица 82. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{135}$, $L^{31}_{135}=1$

1. 1+1+1+3+5+9

Таблица 83. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{136}$, $L^{31}_{136}=1$

1. 1+1+1+3+6+8

Таблица 84. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{137}$, $L^{31}_{137}=1$

1. 1+1+1+3+7+7

Таблица 85. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{145}$, $L^{31}_{145}=1$

1. 1+1+1+4+5+8

Таблица 86. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{146}$, $L^{31}_{146}=1$

1. 1+1+1+4+6+7

Таблица 87. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{123}$, $L^{22}_{123}=1$

1. 1+1+2+2+3+11

Таблица 88. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{124}$, $L^{22}_{124}=1$

1. 1+1+2+2+4+10

Таблица 89. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{125}$, $L^{22}_{125}=1$

1. 1+1+2+2+5+9

Таблица 90. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{126}$, $L^{22}_{126}=1$

1. 1+1+2+2+6+8

Таблица 91. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{127}$, $L^{22}_{127}=1$

1. 1+1+2+2+7+7

Таблица 92. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{123}$, $L^{21}_{123}=4$

1. 1+1+2+3+3+10	3. 1+1+2+3+5+8	4. 1+1+2+3+6+7
2. 1+2+3+3+4+9		

Таблица 93. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{123}$, $L^{21}_{123}=4$

1. 1+1+2+3+3+10	3. 1+1+2+3+5+8	4. 1+1+2+3+6+7
2. 1+2+3+3+4+9		

Таблица 94. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{124}$, $L^{21}_{124}=3$

1. 1+1+2+4+4+8	2. 1+1+2+4+5+7	3. 1+1+2+4+6+6

Таблица 95. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{125}$, $L^{21}_{125} = 3$

1. 1+1+2+5+5+6

Таблица 96. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{134}$, $L^{22}_{134} = 1$

1. 1+1+3+3+4+8

Таблица 97. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{135}$, $L^{22}_{135} = 1$

1. 1+1+3+3+5+7

Таблица 98. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{136}$, $L^{22}_{136} = 1$

1. 1+1+3+3+6+6

Таблица 99. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{134}$, $L^{21}_{134} = 2$

1. 1+1+3+4+4+7 2. 1+1+3+4+5+ 6

Таблица 100. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{21}_{135}$, $L^{21}_{135} = 1$

1. 1+1+3+5+5+5

Таблица 101. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{13}_{123}$, $L^{13}_{123} = 1$

1. 1+2+2+2+3+10

Таблица 102. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{13}_{124}$, $L^{13}_{124} = 1$

1. 1+2+2+2+4+9

Таблица 103. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{13}_{125}$, $L^{13}_{125} = 1$

1. 1+2+2+2+5+8

Таблица 104. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{13}_{126}$, $L^{13}_{126} = 1$

1. 1+2+2+2+6+7

Таблица 105. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{12}_{123}$, $L^{12}_{123} = 4$

1. 1+2+2+3+3+ 9 3. 1+2+2+3+5+7 4. 1+2+2+3+6+6
2. 1+2+2+3+4+8

Таблица 106. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{12}_{124}$, $L^{12}_{124} = 2$

1. 1+2+2+4+4+7 2. 1+2+2+4+5+6

Таблица 107. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{12}_{125}$, $L^{12}_{125} = 1$

1. 1+2+2+5+5+5

Таблица 108. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{11}_{123}$, $L^{11}_{123} = 5$

1. 1+2+3+3+3+8 3. 1+2+3+3+5+6 4. 1+2+3+4+5+5
2. 1+2+3+3+4+7 4. 1+2+3+4+4+6

Таблица 109. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{11}_{124}$, $L^{11}_{124} = 1$

1. 1+2+4+4+4+5

Таблица 110. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{13}_{134}$, $L^{13}_{134} = 1$

1. 1+3+3+3+4+6

Таблица 111. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{13}_{135}$, $L^{13}_{135} = 1$

1. 1+3+3+3+5+5

Таблица 112. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{234}$, $L^{31}_{234} = 1$

1. 2+2+2+3+4+7

Таблица 113. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{31}_{235}$, $L^{31}_{235} = 1$

1. 2+2+2+3+5+6

Таблица 114. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{234}$, $L^{22}_{234} = 1$

1. 2+2+3+3+4+6

Таблица 115. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{235}$, $L^{22}_{235} = 1$

1. 2+2+3+3+5+5

Шестое деление блоков $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 l_2}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2\tilde{n}_3}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 l_2 l_3}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2\tilde{n}_3}$ с учетом того, что, как и ранее, при $L^{l_1 l_2}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2\tilde{n}_3} = 1$ дальнейшее деление не происходит, дает следующие результаты.

Таблица 116. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{212}_{123}$, $L^{212}_{123} = 1$

1. 1+1+2+3+3+10

Таблица 117. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{123}$, $L^{211}_{123} = 3$

1. 1+1+2+3+4+9 2. 1+1+2+3+6+7 3. 1+1+2+3+5+8

Таблица 118. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{212}_{124}$, $L^{212}_{124} = 1$

1. 1+1+2+4+4+8

Таблица 119. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{124}$, $L^{211}_{124} = 2$

1. 1+1+2+4+5+7 2. 1+1+2+4+6+6

Таблица 120. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{212}_{134}$, $L^{212}_{134} = 1$

1. 1+1+3+4+4+7

Таблица 121. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{134}$, $L^{211}_{134} = 1$

1. 1+1+3+4+5+6

Таблица 122. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{122}_{123}$, $L^{122}_{123}=1$

1. 1+2+2+3+3+9

Таблица 123. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{121}_{123}$, $L^{121}_{123}=3$

1. 1+2+2+3+4+8 2. 1+2+2+3+5+7 3. 1+2+2+3+6+6

Таблица 124. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{122}_{124}$, $L^{122}_{124}=1$

1. 1+2+2+4+4+7

Таблица 125. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{121}_{124}$, $L^{121}_{124}=1$

1. 1+2+2+4+5+6

Таблица 126. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{113}_{123}$, $L^{113}_{123}=1$

1. 1+2+3+3+3+8

Таблица 127. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{112}_{123}$, $L^{112}_{123}=2$

1. 1+2+3+4+4+7 2. 1+2+3+3+5+6

Таблица 128. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{111}_{123}$, $L^{111}_{123}=2$

1. 1+2+3+4+4+6 2. 1+2+3+4+5+5

Седьмое деление блоков $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1l_2l_3}_{\tilde n_1\tilde n_2\tilde n_3}$ на блоки вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1l_2l_3}_{\tilde n_1\tilde n_2\tilde n_3\tilde n_4}$, с учетом того, что $L^{l_1l_2l_3}_{\tilde n_1\tilde n_2\tilde n_3}>1$, дает следующие результаты.

Таблица 129. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{1234}$, $L^{211}_{1234}=1$

1. 1+1+2+3+4+9

Таблица 130. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{1235}$, $L^{211}_{1235}=1$

1. 1+1+2+3+5+8

Таблица 131. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{1236}$, $L^{211}_{1236}=1$

1. 1+1+2+3+6+7

Таблица 132. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{1245}$, $L^{211}_{1245}=1$

1. 1+1+2+4+5+7

Таблица 133. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{211}_{1246}$, $L^{211}_{1246}=1$

1. 1+1+2+4+6+6

Таблица 134. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{121}_{1234}$, $L^{121}_{1234}=1$

1. 1+2+2+3+5+7

Таблица 135. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{121}_{1235}$, $L^{121}_{1235}=1$

1. 1+2+2+3+4+8

Таблица 136. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{121}_{1236}$, $L^{121}_{1236}=1$

1. 1+2+2+3+6+6

Таблица 137. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{112}_{1234}$, $L^{112}_{1234}=1$

1. 1+2+3+3+4+7

Таблица 138. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{112}_{1235}$, $L^{112}_{1235}=1$

1. 1+2+3+3+5+6

Таблица 139. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{111}_{1234}$, $L^{111}_{1234}=2$

1. 1+2+3+4+4+6 2. 1+2+3+4+5+5

Восьмое деление блока вида $\widetilde{\mathcal{N}}^{111}_{1234}$, для которого $L^{111}_{1234}=2>1$, дает следующие результаты.

Таблица 140. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{1112}_{1234}$,$L^{1112}_{1234}=1$

1. 1+2+3+4+4+6

Таблица 141. Блок $\widetilde{\mathcal{N}}^{1111}_{1234}$,$L^{1111}_{1234}=1$

1. 1+2+3+4+5+5

6. Структура блоков, предшествующих данной стандартной форме

При вычислении номера N, задан тип повторов $\mathcal{N}=(n_1, n_2, \ldots, n_s)$, по которому однозначно определяется соответствующая ему стандартная форма $\widetilde{\mathcal{N}}=(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \ldots, \tilde{n}_s)$. Эту форму можно переобозначить как $\mathcal{N}^{l_1\ldots l_{p-1}l_p}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_{p-1},\tilde{n}_p}$ и необходимо определить все блоки, предшествующие этой форме. Эти блоки определяются последовательностью параметров деления $\tilde{n}_1, l_1, \ldots, \tilde{n}_p, l_p$ и имеют следующую структуру:

1) $\tilde{n}_1$ — параметр деления $\widetilde{\mathcal{N}}_1, \widetilde{\mathcal{N}}_2, \ldots, \widetilde{\mathcal{N}}_{\tilde{n}_1-1}$;
2) l_1 — параметр деления $\widetilde{\mathcal{N}}^{s-1}_{\tilde{n}_1}, \widetilde{\mathcal{N}}^{s-2}_{\tilde{n}_1}, \ldots, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1+1}_{\tilde{n}_1}$;
3) $\tilde{n}_2$ — параметр деления $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1+1}, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1+2}, \ldots, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2-1}$;
4) l_1 — параметр деления $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 s-l_1-1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1}, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 s-l_1-21}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1}, \ldots, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_2-1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2-1}$;
...
$2p-1$) $\tilde{n}_p$ — параметр деления $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1+1}, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1+2}, \ldots, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2-1}$;
$2p$) l_p — параметр деления $\widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 s-l_1-1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1}, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_1 s-l_1-21}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_1}, \ldots, \widetilde{\mathcal{N}}^{l_2-1}_{\tilde{n}_1\tilde{n}_2-1}$.

Указанную выше схему структуры блоков, предшествующих заданной стандартной форме, можно проиллюстрировать конкретным примером.

Пусть $m = 20$, $s = 6$, $\widetilde{\mathcal{N}} = (1, 1, 3, 3, 6, 6) = \widetilde{\mathcal{N}}^{222}_{136}$. Тогда блоки, предшествующие этой стандартной форме, будут следующие:

1) $\widetilde{\mathcal{N}}^5_1$, $\widetilde{\mathcal{N}}^4_1$, $\widetilde{\mathcal{N}}^3_1$ — параметр деления $l_1 = 5, 4, 3$;

2) $\widetilde{\mathcal{N}}^2_{12}$ — параметр деления $\tilde{n}_2 = 2$;

3) $\widetilde{\mathcal{N}}^{23}_{13}$ — параметр деления $l_2 = 3$;

4) $\widetilde{\mathcal{N}}^{23}_{134}$, $\widetilde{\mathcal{N}}^{22}_{135}$, — параметр деления $\tilde{n}_3 = 4, 5$.

7. Вычисление длин блоков таблицы стандартных форм

Вычисление длин блоков таблицы стандартных форм производится по формулам (13) и (16) и требует вычисления величин D^s_n с заданными s и n. Это вычисление может быть выполнено либо с помощью производящей функции $F_s(x)$, задаваемой (4), либо, опираясь на рекуррентные формулы (6). Остановимся на некоторых существенных моментах этого вычисления. Если вычисления производятся с помощью производящей функции $F_s(x)$, то ее удобно записать в виде

$$F_s(x) = \frac{1}{\prod\limits_{j=1}^{s}(1-x^j)} = \prod_{j=1}^{s}\sum_{t=0}^{\infty} x^{jn} = \sum_{t=0}^{\infty} D^s_t x^t. \tag{18}$$

Этот вид позволяет избежать вычисления производных, что облегчает программную реализацию, и сводит вычисление к умножению полиномов. При этом надо учитывать следующее.

1. Для вычисления D^s_t нужно оборвать суммы в верхнем пределе на $(jn) \le t$.

2. Произведение достаточно вычислить при $j = 2, 3, \ldots, s$, а умножение на $\sum\limits_{n=0}^{t} x^n$ не делать.

3. В оставшихся множителях, получаемых из $\prod\limits_{j=2}^{s}\sum\limits_{n=0}^{jn\le t} x^{jn}$, нужно вычислить сумму коэффициентов при всех степенях x. Эта сумма равна D^s_t.

8. Вычисление номера N стандартной формы по самой форме

Пусть задана стандартная форма $\mathcal{N}^{l_1\ldots l_p}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_p}$. Чтобы вычислить N_1 необходимо выполнить следующие операции.

1. С помощью алгоритма, рассмотренного в 6-м разделе настоящей работы, находим все блоки, предшествующие $\mathcal{N}^{l_1\ldots l_p}_{\tilde{n}_1,\ldots,\tilde{n}_p}$.

2. По формулам (22–24) и (25–27) вычислим длины этих блоков.

3. По формулам (17), используя найденные в п. 2 длины предшествующих блоков, вычислим N_1.

9. Восстановление стандартной формы по ее номеру

Для восстановления стандартной формы по ее номеру N, считая известными m и s, необходимо выполнить следующие операции.

1) Вычислить $\left[\frac{m}{s}\right]$.

2) Вычислить $L_j,\ j = 1, 2, \ldots, \left[\frac{m}{s}\right]$.

3) Вычислить суммы $\sum\limits_{j=1}^{k} L_j,\ k = 1, 2, \ldots, \left[\frac{m}{s}\right]$.

4) Составить таблицу

1. $1 \le N_1 \le L_1 \Rightarrow \tilde{n}_1 = 1$.
2. $L_1 + 1 \le N_1 \le L_1 + L_2 \Rightarrow \tilde{n}_1 = 2$.

...

$\left[\frac{m}{s}\right]$. $\sum\limits_{j=1}^{\left[\frac{m}{s}\right]-1} \le N_1 \le \sum\limits_{j=1}^{\left[\frac{m}{s}\right]} \Rightarrow \tilde{n}_1 = \left[\frac{m}{s}\right]$.

5) Вычислить $N_1^1 = N_1 - \sum\limits_{j=1}^{n_i-1} L_j$.

6) Вычислить $L_{n_1}^1,\ j = s-1, \ldots, 1$.

7) Вычислить суммы $\sum\limits_{j=s-1}^{k} L_{n_1}^j,\ k = s-1, \ldots, 1$.

8) Составить таблицу

1. $1 \le N_1 \le L_1 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s - 1$.
2. $L_1 + 1 \le N_1 \le L_1 + L_2 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s - 2$.

...

$s - 1$. $\sum\limits_{j=s-1}^{2} L_{n_i}^j \le N_1 \le \sum\limits_{j=s-1}^{2} L_{n_i}^j \Rightarrow \tilde{l}_1 = 1$.

9) Вычислить $N_2 = N_1 - \sum\limits_{j=1}^{n_i-1} L_j$.

10) Вычислить $L_{n_1}^1,\ j = s-1, \ldots, \left[\frac{m - \tilde{n}_1 l_1}{s - l_1}\right]$.

11) Вычислить суммы $\sum\limits_{j=s-1}^{k} L_{n_1}^j,\ k = s-1, \ldots, \left[\frac{m - \tilde{n}_1 l_1}{s - l_1}\right]$.

12) Составить таблицу

1. $1 \le N_1 \le L_1 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s - 1$.
2. $L_1 + 1 \le N_1 \le L_1 + L_2 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s - 2$.

...

$$\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1.\ \sum_{j=1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1} L_{n_i}^{j} \le N_1 \le \sum_{j=s-1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]} L_{n_i}^{j} \Rightarrow \tilde{n}_2 = \left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right].$$

13) Вычислить $N_2^2 = N_1 - \sum\limits_{j=1}^{n_i-1} L_j$.

14) Вычислить $L_{n_1 n_2}^{l_1 j}$, $j = s-1, \ldots, 1$.

15) Вычислить суммы $\sum\limits_{j=s-1}^{k} L_{n_1}^{j}$, $k = s-1, \ldots, \left[\dfrac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]$.

16) Составить таблицу

1. $1 \le N_1 \le L_1 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s-1$.
2. $L_1 + 1 \le N_1 \le L_1 + L_2 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s-2$.

…

$$\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1.\ \sum_{j=1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1} L_{n_i}^{j} \le N_1 \le \sum_{j=s-1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]} L_{n_i}^{j} \Rightarrow \tilde{n}_2 = \left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right].$$

17) Продолжая эту процедуру на $(2k-1)$-м шаге вычисляем $N_k = N_{k-1} - \sum\limits_{j=s}^{l_{k-1}+1} L_{n_1,\ldots,n_{k-1}}^{l_1 \ldots j}$.

18) Вычислить $L_{n_1,\ldots,n_{k-1}}^{l_1 \ldots j}$, $j = n_{k-1}+1, \ldots, \left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]$.

19) Составить таблицу

1. $1 \le N_1 \le L_1 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s-1$.
2. $L_1 + 1 \le N_1 \le L_1 + L_2 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s-2$.

…

$$\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1.\ \sum_{j=1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1} L_{n_i}^{j} \le N_1 \le \sum_{j=s-1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]} L_{n_i}^{j} \Rightarrow \tilde{n}_2 = \left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right].$$

20) На $(2k)$-м шаге вычисляем $N_k = N_{k-1} - \sum\limits_{j=s}^{l_{k-1}+1} L_{n_1,\ldots,n_{k-1}}^{l_1 \ldots j}$.

21) Вычислить $L_{n_1,\ldots,n_{k-1}}^{l_1 \ldots j}, j = n_{k-1}+1, \ldots, \left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]$.

22) Составить таблицу

1. $1 \le N_1 \le L_1 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s-1$.
2. $L_1 + 1 \le N_1 \le L_1 + L_2 \Rightarrow \tilde{l}_1 = s-2$.

…

$$\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1.\ \sum_{j=1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]-1} L_{n_i}^{j} \le N_1 \le \sum_{j=s-1}^{\left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right]} L_{n_i}^{j} \Rightarrow \tilde{n}_2 = \left[\frac{m-\tilde{n}_1 l_1}{s-l_1}\right].$$

23) Процедуры вычисления n_k и l_k заканчиваются, когда $\sum\limits_{i=1}^{p} l_i = s$ и $\sum\limits_{i=1}^{p} n_i l_i = m$, т. е. на p-м шаге, причем p определяется этим условием.

Рассмотренный выше алгоритм построения кода поля кратности обеспечивает минимальную длину этого кода за счет прохождения таблицы стандартных форм по блокам, а не по отдельным формам, что обеспечивает быстроту работы алгоритма.

Список использованной литературы

1. *Гоппа В. Д.* Введение в алгебраическую теорию информации. – М.: Наука, 1995. – 112 с.
2. *Толстопятов А. А.* О структуре дискретной информации и общих условиях ее сжатия // Вестник ИвГУ. – 2002. – Вып. 3. – С. 80–82.
3. *Толстопятов А. А.* Вычисление длины поля кратности при булевом сжатии файлов // Вестник ИвГУ. – 2004. – Вып. 3. – С. 71-76.
4. *Толстопятов А. А., Хашин С. И.* Алгоритм построения поля порядка при булевом сжатии // Вестник ИвГУ. – 2004. – Вып. 3. – С. 139–143.
5. *Толстопятов А. А.* Медленный алгоритм кодирования и декодирования поля кратности при булевом сжатии файлов // Математика и ее приложения: Журн. Иванов. матем. об-ва. – 2007. – Вып.1(4). – С. 47–52.
6. *Толстопятов А. А.* Быстрый алгоритм кодирования и декодирования поля порядка при булевом сжатии файлов // Математика и ее приложения: Журн. Иванов. матем. об-ва. – 2007. – Вып.1(4). – С. 35–46.

Поступила в редакцию 21.11.2007.