Математика и её приложения: ЖИМО. 2009. Вып. 1 (6). С. 147 – 190.

Георгий Александрович Зайцев

(к 80-летию со дня рождения)

Слово о брате

Мой брат, Георгий Александрович Зайцев, родился 13-го июня 1929 г. в городе Фурманове Ивановской области (тогда г. Середа), через два года после этого семья переехала в Иваново. Отец – инженер-экономист, мать – медсестра. В семье он был первенцем, затем появилось еще двое детей – спустя год и девять месяцев я и значительно позже, в 1945 году – наша сестра Рита.

Годы нашего взросления пришлись на тяжелое военное время, но у нас об этом времени не осталось воспоминаний, как о тяжелом. Время было голодное, трудное, но во многом и счастливое. Это связано с тем, что мы росли в дружной, хорошей семье. Решающую роль в формировании моего брата и меня как будущих научных работников, сыграл наш отец Александр Николаевич. Обладая широкой эрудицией, он отличался исключительной самостоятельностью и критичностью суждений.

Брат до 13-ти лет был нормальным, достаточно хорошо физически развитым мальчиком, но затем стал слабнуть, у него открылась страшная болезнь – прогрессивная мышечная дистрофия. Болезнь развивалась медленно, но неуклонно. Сначала он стал часто падать, затем уже не мог сам подняться. Впоследствии мог передвигаться только на коляске с посторонней помощью. В школе он был одним из первых учеников, и к окончанию школы определил свое будущее, как будущее научного работника, но к этому времени ему уже стало трудно подниматься без посторонней помощи. Отец возил его на лечение в Ленинградскую клинику, но лечение не дало результатов. Отправляясь в Ленинград, брат захватил с собой кучу университетских учебников, и лежа на больничной койке, самостоятельно проходил по ним университетскую программу. Несмотря на свое состояние здоровья, он решил, что по окончании школы должен учиться в Московском университете.

В поездках в Москву для сдачи экзаменов и впоследствии при отправлении туда на учебу его уже должен был сопровождать я. Брат смог достаточно легко пройти через сложный барьер вступительных экзаменов в МГУ, и в 1947 году был зачислен на физический факультет, но состояние его здоровья в Москве стало еще ухудшаться, он потерял возможность самостоятельно добираться от общежития до университета, и ему стало ясно, что без поддержки семьи он обходиться уже не может. Я привез его из Москвы в Иваново, где он был зачислен на первый курс физического факультета Ивановского пединститута.

Здесь нужно несколько остановиться на моих отношениях с братом. В детстве мы были естественными товарищами, вместе участвующими в делах семьи и наших мальчишеских делах. Иногда возникали и ссоры, связанные с тем, что я, будучи моложе его на два года, ни в чем не хотел ему уступать. У нас были и общие научные интересы. Помню, как в годы учебы в школе, познакомившись с общей теорией относительности, брат с увлечением рассказывал мне ее основы, а я с таким же увлечением пытался найти в ней несоответствия; вспоминая сейчас наши суждения, вижу, что некоторые из них были правильными, впоследствии фигурирующими в работах Фока и Логунова.

После того, как у брата обнаружилась болезнь, все наши мальчишеские ссоры прекратились, мы всю жизнь оставались друзьями, испытывающими друг к другу уважение и симпатию, и всю жизнь тесно общались, живя сначала в одной квартире, а затем – в соседних квартирах. Моя физическая помощь была ему всегда необходима. К счастью, я был физически крепким человеком со спортивной жилкой.

Моя научная карьера во многом повторяла его карьеру с естественным временным лагом. Так же как и он, я впоследствии учился на физфаке пединститута, так же как он, учась в институте, имел в качестве отметок одни пятерки и получал Ленинскую стипендию. После окончания института я поступил в аспирантуру к проф. И. Н. Годневу, после окончания аспирантуры защитил кандидатскую диссертацию, затем докторскую, работал последовательно ассистентом, доцентом, профессором, заведующим кафедрой. Только брат был доктором физико-математических, а я – доктором химических наук, он заведовал в Ивановском государственном университете кафедрой теоретической физики, а я, уже после его смерти, – кафедрой молекулярной физики. Оба мы были физики, но работали в разных ее разделах, что не мешало нам понимать то, что каждый из нас делает, и активно обсуждать работы друг друга.

Учась на втором курсе Ивановского пединститута брат впервые приступил к самостоятельной научной работе, причем сначала – в области математики, а затем – в области теоретической физики. Своими научными руководителями он считал доцента (впоследствии профессора) В. С. Сорокина и в области алгебры – профессора (впоследствии академика) А. И. Мальцева. К концу обучения у него возникли серьезные расхождения с В. С. Сорокиным по вопросу о роли математики в аппарате физических теорий. Сорокин рассматривал математику как сугубо подсобный элемент, и в основу клал физическую интуицию, тогда как брат считал математический аппарат главной составной частью физических теорий. С академиком же Мальцевым он всегда был духовно близок. Когда в 1951 году брат с отличием закончил институт, А. И. Мальцев предложил ему остаться в аспирантуре, но брат хотел быть физиком и, по совету Мальцева, поступил в аспирантуру по физике в химинститут[1] к профессору И. Н. Годневу.

Продолжались попытки найти какие-то методы лечения болезни брата. По советам врачей была куплена путевка в Грузию, в г. Цхалтубо для лечения радоновыми ваннами. Один он уже, конечно, не мог никуда ездить, поехал с ним я. Когда мы добрались на поездах до Цхалтубо, брат был принят в санаторий, я поселился на частной квартире. Так как он не мог сам ни спуститься в бассейн с радоновыми источниками, ни подняться, пришлось и мне вместе с ним принимать радоновые ванны. Решили на обратном пути заехать в Одессу для лечения у проф. Федорова. При посадке на теплоход, следующий из Батуми в Одессу, мне пришлось подниматься по трапу, держа в одной руке брата, в другой – чемодан, поднимать его по знаменитой Потемкинской лестнице в Одессе и провести с ним первую ночь на лавочке в одесском дворике. Когда мы вернулись в Иваново, денег у нас осталось ровно столько, чтобы добраться на трамвае от вокзала до дома. Лечение, однако, не дало сколько-нибудь заметных результатов.

С темой разработки теории описания молекул с внутренним вращени-

[1] Ивановский химико-технологический институт (в настоящее время хим.-тех. университет).

ем, предложенной брату для кандидатской диссертации И. Н. Годневым, он успешно справился и продолжал, находясь в аспирантуре, заниматься теми вопросами теории элементарных частиц, которые начал разрабатывать еще в студенческие годы. Именно в это время он достиг здесь выдающихся результатов. Темой исследования являлась задача нахождения полностью релятивистского двухкомпонентного уравнения для частиц со спином 1/2, заменяющего известное уравнение Дирака. Многие крупные ученые, в том числе Э. Шредингер, Ван дер Варден, В. А. Фок и другие, пытались перенести спинорные уравнения для элементарных частиц в общую теорию относительности, однако у них не нашлось четкого путеводного принципа, что делало их попытки неоднозначными и противоречащими друг другу. В работах брата, написанных в это время и впоследствии опубликованных в журналах ЖЭТФ и "Доклады АН СССР", (в то время от принятия статьи к публикации до появления ее в печати проходило 1,5 – 2 года) был предложен простой путь решения проблемы, основанный на переходе от спиноров к параметризуемым ими тензорам. Братом была решена проблема нахождения полностью релятивистского двухкомпонентного уравнения для частиц со спином 1/2, заменяющего четырехкомпонентное уравнение Дирака. Позже, в 1958 г., Фейнман и Гелл-Ман независимо, (без ссылки на работы Г. А. Зайцева) пришли к этому же уравнению в связи с обоснованием теории слабых взаимодействий. В статьях брата было показано, что если вместо уравнения Дирака принять за исходное предложенное им уравнение, то при отражениях дираковские волновые функции будут преобразовываться не вполне обычно, а именно по закону, дающему объяснение поставленных несколько лет спустя опытов с несохранением четности, за предсказание результатов которых впоследствии американские ученые Янг и Ли получили Нобелевскую премию. Статьи брата, посланные на эту тему в Доклады АН СССР, были опубликованы по представлению акад. Н. Н. Боголюбова, в то время как на посланные акад. Л. Д. Ландау соответствующие научные материалы какого-либо ответа не было. То, что работы брата на эту тему не нашли должного признания объясняется оторванностью его от научных кругов, занимающихся этими вопросами.

Кандидатская диссертация брата по теории молекул с внутренним вращением была принята к защите в Ленинградском педагогическом институте имени Герцена, и новый, 1955-й год мы с ним встретили в поезде Иваново – Ленинград. Защита прошла успешно, и перед братом встал вопрос о его дальнейшей работе. Он очень хотел работать в Москве, чтобы быть ближе к научной общественности, занимающейся теми вопросами, которые интересуют его. На посланное в математический институт им. В. А. Стеклова письмо и научные материалы пришло приглашение в Москву для разговора. Мы решили ехать в Москву на нашей машине. В 1951 году наша семья приобрела машину "Москвич" первого выпуска (МЗМА-400). Единственным водителем в семье был я. В то время личное владение машиной было исключительной редкостью, умение водить машину было равносильно теперешнему умению водить самолет, об автосервисе и помину не было, дороги были исключительно плохими, так что выезд за 30 километров приравнивался к приключению. Для нашей семьи владение машиной было большим благом. Благодаря ей можно было выезжать на природу, для брата это было особенно важно. Наш отец с малых лет приучил нас любить природу – лес, реки, и летом очень много дней мы впятером – отец, мать, брат, я, сестра Рита (сейчас доцент Ивановского сельхозинстиута Безумова Маргарита Александровна) проводили вне дома.

В Москву мы поехали втроем – брат, я и наша мама. Дорога до Москвы тогда была плохая, а участок Иваново – Владимир отвратительным. В институте им. В. А. Стеклова с братом разговаривали два доктора наук – Тябликов и Зубарев. Беседу вел Тябликов, Зубарев большей частью молчал, я присутствовал сидя на диване. Речь, в основном, шла о теории брата. Помню заключительные слова проф. Зубарева (впоследствии лауреата Ленинской премии): "Если бы те свойства преобразования, которые следуют из Ваших уравнений, были бы правильными, это был бы переворот в физике, но наверное это не так". С некоторыми дорожными приключениями мы вернулись в Иваново, и брат стал ждать официального ответа. В ответе, подписанном главным ученым секретарем президиума АН СССР, говорилось: "По заключению академика Боголюбова Н. Н. исследования т. Зайцева Г. А. представляют научный интерес. Однако, использование его в Академии наук не представляется возможным ввиду плохого состояния его здоровья и отсутствия жилплощади в Москве". Таким образом, на долгое время брат остался без работы.

А. И. Мальцев, как депутат Верховного совета, поднял вопрос о жизненных условиях Г. А. Зайцева, и с мая 1956 года ему была назначена бессрочная персональная пенсия в сумме 36 руб., которая с 1 января 1961 г. была поднята до 60 руб. Небольшой приработок давало рецензирование статей в реферативных журналах, книг, в журнале "Новые книги за рубежом" и переводы книг (брат хорошо знал английский язык, немного хуже немецкий, достаточно быстро по своей методике изучил французский). В это время брат продолжал активно заниматься научной деятельностью и публиковаться. Наряду с развитием проблем, поднятых им в прежних статьях, он занимался разработкой вопросов об инвариантно-групповых проблемах квантовой механики (3 статьи), классической электродинамики (12 статей), об обобщении так называемой программы Клейна (4 статьи).

В области классической электродинамики предложенный им алгебраический подход позволил найти дополнительную инвариантность уравнений электродинамики относительно так называемых внешних преобразований. В области обобщения программы Клейна предложенное Вигнером математическое понятие сжатия алгебры Ли развито в математический аппарат для описания предельных переходов между физическими теориями (новая формулировка принципа соответствия). В области квантовомеханических теорий им было показано, что в ряде случаев установление инвариантности взаимодействий относительно соответствующих преобразований позволяет находить конкретные данные, в частности, об энергетическом спектре без решения уравнения Шредингера. Им был выработан новый взгляд на то, как должны быть формулируемы основы физических теорий, исторически сменяющих друг друга. По его мнению, в основе должна лежать общая теория алгебраических систем, которую он разрабатывал, и для формулировки каждой новой теории нужен выбор между несколькими жесткими алгебраическими схемами, что резко снижает количество возможных вариантов теорий и сразу определяет схему возможной будущей теории. Им была построена общая алгебраическая теория физических систем, связанная с понятиями алгебры наблюдаемых и алгебры состояний. Многие из этих идей отражались им в чрезвычайно содержательных рецензиях на книги в журнале "Новые книги за рубежом".

Между тем физическое состояние его стало таким, что он мог передвигаться по комнате только держась за какие-либо предметы, в частности, за приспособленные для этого горизонтальные стержни, сам не мог подняться с кресла или с кровати, даже лежа не мог повернуться. При поездке на машине его нужно было вынести на руках и посадить в машину. При выезде на частые прогулки на природу нужно было поставить его рядом с машиной или вынести из машины и посадить на подстилку. При возвращении домой проделывать это в обратном порядке.

Он продолжал жить с нами в небольшой двухкомнатной квартире, от которой впоследствии в результате многих хлопот, была проделана дверь к присоединенной небольшой третьей комнате. Мое общение с ним в это время, да и в дальнейшем, было постоянным. Оно включало физическую помощь ему, почти ежедневную партию в шахматы (мы с ним были игроки примерно одной силы, но разных стилей игры), обсуждение литературных, политических и научных вопросов. Из последних частой темой обсуждений была общая теория относительности, которой я интересовался еще со студенческих лет, мы здесь пришли к некоторым общим заключениям, но до публикаций у нас дело не дошло. Вообще, у меня не было с ним общих публикаций кроме одной небольшой статьи о варианте электродинамики при замене обычно используемого антисимметричного тензора электромагнитного поля на симметричный. Я возражал против включения меня в соавторы и согласился только после того, как брат показал мне конкретные места, которые были существенно изменены в соответствии с моими замечаниями.

Брат все время стремился расширить круг своего общения. Он переписывался с некоторыми работниками науки. Особенно стоит отметить его краткую переписку со знаменитым французским ученым Луи де Бройлем. Благодаря особенностям своего характера он находил контакт с самыми разнообразными людьми. Около него всегда было много прожектеров, чудаков, к “завиральным” идеям которых он относился очень снисходительно, поддерживал их. Он всегда оставался доброжелательным, любящим посмеяться, отзывчивым на шутку. В конце шестидесятых годов он познакомился с преподавательницей английского языка Татьяной Давыдовной и женился на ней. У них родилась дочь, внешне очень похожая на брата. Семья брата стала жить в квартире, смежной с нами, и Татьяна Давыдовна самоотверженно ухаживала за братом вплоть до его смерти.

Г. А. Зайцев с Татьяной Давыдовной и дочерью Соней

Он добился того, чтобы вопрос о присуждении ему докторской степени (по совокупности работ) был рассмотрен на заседании ученого совета физфака МГУ. В Москву он уже поехать не мог, и на заседании в Москве я от его имени зачитал доклад, на основании которого ему была присуждена степень доктора физико-математических наук.

Вскоре после присуждения ему докторской степени он был принят на должность профессора кафедры физики Ивановского текстильного института, ему было выделено несколько мест для аспирантов. Все его официальные и неофициальные ученики его очень уважали и хорошо к нему относились (как и он к ним). Текстильный институт был расположен недалеко от дома, и доставляли его туда и обратно на коляске либо наш сосед дядя Никаша, либо кто-нибудь из учеников. В это время он закончил писать свою книгу "Алгебраические проблемы математической и теоретической физики", и в 1974 году в издательстве "Наука" она была опубликована.

В этой книге он изложил свои основные идеи. Впоследствии книга была переведена на немецкий язык и издана в Германии (ГДР). После брата у меня сохранились некоторые его записки, в них он так изложил процесс обсуждения со мной этой книги. "Интересно отметить реакцию моего брата А. А. Зайцева, отличающегося гипертрофированной критичностью, на окончательный вариант монографии. Когда я обсуждаю с ним новые более или менее глубокие результаты, то его обычная исходная позиция – абсолютная критика. Замеченные мной этапы подобного рода "абсолютной критики" таковы. Сначала утверждается, что результаты не представляют интереса, и на них не стоит тратить времени. После того, как удается показать важность результатов, утверждается, что они ошибочны, обсуждение этого этапа критики является наиболее продолжительным и нередко связывается с необходимостью осуществлять различные проверочные расчеты, предлагать проверочные контрпримеры и т. д. После успешного преодоления второго этапа критики выдвигается возражение о том, что результаты не новы. Наконец, в заключительном, четвертом этапе утверждается, что результаты плохо сформулированы. Поскольку мы живем с братом в смежных квартирах, то подобного рода "абсолютной" критикой проверялись почти все мои научные результаты. При этом я считаю, что если такая критика доброжелательна, то преодоление всех ее этапов приводит к лучшему пониманию и к лучшей формулировке научных результатов, и поэтому ее полезно принимать во внимание. В данном случае большинство результатов книги уже обсуждалось ранее, брат сразу перешел ко второму этапу и высказал утверждение об ошибочности некоторых из них. Мы с ним провели дополнительные математические расчеты и обсудили примеры, после чего он согласился с правильностью результатов, но сделал замечание (соответствующее четвертому этапу критики), согласно которому книга написана настолько сжато, что будет доступна лишь гениальному читателю. Против последнего утверждения я возражать уже не стал – отдельными из моих учеников, которых нельзя упрекнуть в "гениальности", соответствующие результаты поняты и освоены, а свою монографию я действительно писал очень сжато."

В 1977 году брат был избран заведующим кафедрой теоретической физики Ивановского государственного университета, где проработал вплоть до своей смерти. Там он продолжал заниматься научной работой, руководить аспирантами, материалы его лекций были опубликованы издательством университета в ряде очень содержательных пособий под общим названием "Математические основания физики". Университет расположен достаточно далеко от дома, отвозить его на машине я уже не всегда мог, и иногда его отвозили некоторые из его учеников, иногда за ним присылали университетскую машину. Постороннему человеку трудно представить, сколько, кроме научных, ему каждый день приходилось решать вопросов: кто ему сегодня поможет подняться, кто его отвезет и привезет и т. д.

Г. А. Зайцев с Я. П. Терлецким, зав. кафедрой теоретической физики УДН им. Патриса Лумумбы, на Рубском озере

В последние годы жизни брата стали очень занимать глобальные вопросы, не связанные непосредственно с физикой, об основных целях, которым должна быть подчинена деятельность государства. В связи с этим он попытался пропагандировать свою "программу сохранения здоровья". Большинство знакомых ему физиков, да и руководство университета, всерьез ее не воспринимали, считая некоторого рода чудачеством, тогда как это было далеко не так. Основные идеи этой программы таковы. Основная цель деятельности государства – это сохранение здоровья граждан. За количественную характеристику этой деятельности брат предлагал взять среднюю продолжительность жизни. Продолжительность жизни – это должна быть та "валюта", в которой надо оценивать все мероприятия. Денежная валюта тоже может быть оценена в этой новой валюте путем подсчета того, на сколько лет при наиболее эффективном использовании денег для сохранения здоровья может быть продлена жизнь граждан. Прежде чем будут приняты любые глобальные государственные решения, они должны быть оценены с той точки зрения, насколько они повлияют на среднюю продолжительность жизни, и для этого брат предлагал создать "институт здоровья". Отмечу, что все это предлагалось задолго до того, как А. И. Солженициным была выдвинута в качестве национальной "идея сохранения народа", которую потом цитировал в своих выступлениях В. В. Путин. На мои замечания брату о том, что продолжительность жизни это только один из факторов, определяющих качество жизни, он отвечал, что все остальное должно быть учтено в качестве поправок, если же сразу попытаться учитывать все факторы жизни, то нельзя придти ни к каким конкретным решениям. Не найдя понимания у физиков, брат стал пропагандировать эти идеи среди ивановских медиков, посылать проекты в центральные органы, но тогда время было слишком неподходящим для таких проектов.

Весной 1986 года брат умер от скоропостижно развившейся болезни – рака желудка, оставив после себя значительный след в науке и светлую память о себе у всех, кто его знал.

А. А. Зайцев, профессор кафедры теоретической физики,
математического и компьютерного моделирования ИвГУ

Слово об Учителе

Заочно я познакомился с Г. А. Зайцевым в 1965 г., учась на последнем курсе физического факультета Казанского университета. Наш зав. кафедрой профессор А. З. Петров (впоследствии академик УССР) говорил: "в Иванове живет талантливый физик", говорил также, что он "нетранспортабелен". А. З. Петров выступал по работам Г. А. Зайцева на гравитационных конференциях в Хельсинки, Варшаве, Тбилиси.

Увидел Г. А. я в этом же году, осенью. Нас познакомил В. Н. Волков, на кафедре которого я начал работать ассистентом, а в следующем году стал аспирантом сначала В. Н. Волкова, а потом — Г. А. Зайцева. Он предложил мне для изучения книгу Ж. Фавара по геометрии расслоенных пространств. Книга не пошла, и я занялся электродинамикой. У Г. А. были серьезные наработки в этом направлении.

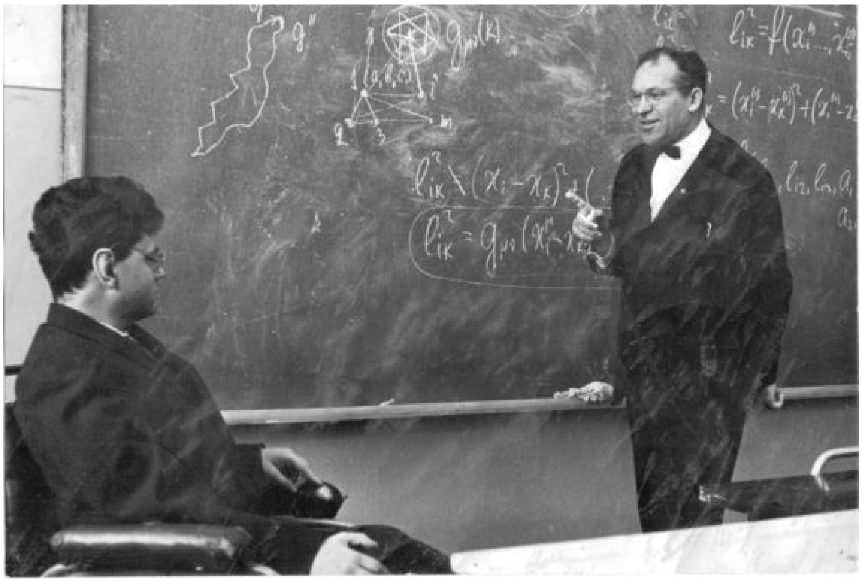
Я часто выступал с докладами, иногда довольно успешно, а в Минске удалось произвести фурор. Три выступления за один день: в университете, Академии Наук (было много народа) и на квартире у Левашова и Ивакицкой. Наши результаты вызвали у минчан интерес, они стали развивать их и добились значительных успехов. Сделал это, в частности, В. И. Стражев. Когда в мой следующий приезд он, молодой доктор наук, учил меня алгебраическим премудростям, на вопрос, почему у него нет ссылок на Зайцева, он ответил: "все что у вас было, есть у Я. Френкеля во втором томе его квантовой механики". Есть. Г. А. об этом, полагаю, знал, но не то и не так (Стражев оперировал комплексными матрицами 16 ранга, а Зайцев действительными матрицами 4 ранга и то только в порядке иллюстрации). Был долгий спор между М. С. Шнеерсоном и Г. А. Зайцевым по интерпретации наших уравнений: у нас это обобщение уравнений Максвелла (два потенциала без условия Лоренца на них и если заряды, то тоже два: электрический и магнитный), у Шнеерсона — уравнение моногенности для кватернионов (Г. А. называл его "великий путаник"), у Френкеля и Стражева — уравнения Дирака, но в четырех экземплярах: для электронного, мюонного, лептонного и еще какого-то нейтрино, но это знал только Зайцев и это его "конек". Правда в том, что наши уравнения (обобщенные уравнения Максвелла) это одновременно и уравнения Дирака в тензорной форме, а наша группа внешних преобразований это спинорное преобразование тензорных величин, но выговорить это тогда я не сумел.

Теперь о "коньке". Г. А. сформулировал принцип полной инвариантности физических уравнений. Дело в том, что общая группа Лоренца состоит из четырех связных компонент, а собственно группа Лоренца, которую только обычно и имеют в виду, это связная компонента единицы. Поэтому, если мы имеем, например, скаляр, то это скаляр только по отношению к собственной группе Лоренца. По отношению к другим компонентам это может быть псевдоскаляр, особый скаляр и особый псевдоскаляр. Знание этих трансформационных свойств физических величин позволяет отбрасывать не удовлетворяющие этому принципу и, следовательно, несуществующие процессы с элементарными частицами.

Г. А. Зайцеву принадлежит идея о частицах с собственным импульсом. Такая частица, в отличие от тахиона (изобретение Я. П. Терлецкого), всегда имеет скорость меньшую скорости света и действительную массу. Странно, что такие частицы неизвестны.

Это была другая жизнь. На Зайцевский семинар (он часто проходил у него дома) приезжали ученые со всей страны: Казначеев и Коноплева из Москвы, Черников из Дубны, Кулаков из Новосибирска, Пименов (ссыльный физик) из Воркуты ... Просился Шипов (один из авторов теории торсионных полей), но я не сдержал данного ему обещания поговорить о нем с Г. А. Впечатляла переписка с де Бройлем, патриархом квантовой теории и по сути отверженным у нас физиком. Список статей де Бройля, составленный в переведенном Г. А. учебнике де Бройля, волнует воображение. Была переписка с институтом де Бройля, они несколько лет присылали Г. А. издаваемый ими физический журнал.

Алгебраические методы, с которыми Г. А. вошел в физику, подняли ее на новую идейную высоту. Она сделалась проще, унифицированней. Ее идеи гибко сочетаются с идеями других естественных наук, таких как наука о живом. Меня изумлял способ решения Г. А. частных задач, которые я ему приносил. Задача отбивается от рук, сообщаешь ему — он ее обобщает, иногда до неузнаваемого образа, и в этом качестве ее решает, сообщает результат. Иногда догадываешься сам.



Г. А. Зайцев с доцентом НГУ Ю. И. Кулаковым

Он общался со многими людьми. Ни на кого не обижался, все принимал так, как есть. Это действовало сильно: Зайцев простит, Зайцев поймет. В этом, полагаю, причина того, что он успел так много. Как-то в разговоре с его братом я заметил, что Г. А. повезло в том, что он не дожил до наших лихих времен. Брат говорит, что нет. Сейчас он был бы менее зависим, чем тогда, и более востребован.

Г. А. Зайцев с доцентом НГУ Н. В. Самсоненко

В последние годы он занимался научной программой (сам придумал) “Здоровье”, выявление и развитие тех сторон бытия, которые повышают качество жизни. Раньше я был против (какая это наука), сейчас — за: качество жизни моих коллег-естественников оставляет желать лучшего.

Рад возможности вспомнить о Г. А. Судьба послала встречу с ним. Я ей признателен за это.

А. М. Солунин, доцент кафедры физики ИГЭУ

Г. А. Зайцев в моей жизни

Впервые я услышал о Г. А. Зайцеве в 1973 г., когда, учась на последнем курсе математического факультета Воронежского университета, распределился в Ивановский химико-технологический институт. Я тогда активно интересовался физикой, в частности, общей теорией относительности, и мои друзья по общежитию рассказали мне о статье в журнале “Юность”.[1] Думаю, что с этого момента наша встреча стала неизбежной.

Реально осуществиться этой встрече помог случай. Однажды мы с А. А. Виноградовым, заведующим кафедрой высшей математики ИХТИ, переходили из одного корпуса этого вуза в другой. Анатолий Андреевич обратил мое внимание на одну процессию. Это перевозили на коляске Георгия Александровича через улицу Ф. Энгельса в районе текстильного института, где он тогда работал. Тут я впервые вспомнил о Воронежском напутствии и стал искать встречи с Г. А. На кафедре физики ИвТИ мне не смогли сказать, где и когда проходят семинары Зайцева, но зато дали его домашний телефон. Я позвонил, он пригласил меня к себе домой (заметьте, абсолютно незнакомого человека!), и мы встретились. Эта встреча решила мою научную судьбу.

Г. А. жил с женой и дочерью в небольшой двухкомнатрой квартире. Там было тесно от множества книг. Он встретил меня сидя в кресле. Интересовался, кто я и откуда, чем занимаюсь. Я ответил, что хотел бы заниматься общей теорией относительности. Г. А. сказал, что можно дать и такое направление. Дал мне рукопись своей книги[2] и сказал, что она будет проходной, если я подумаю поступать к нему в аспирантуру. Эту книгу я добросовестно проштудировал, она была для меня первой в направлении алгебраической физики. Особенно мне понравилась идея сопоставления физическим системам конечномерных алгебр наблюдаемых.

Через некоторое время Г. А. посоветовал обратиться к книгам Эйзенхарта[3] и Петрова[4]. Так незаметно началось неформальное руководство Г. А. Зайцевым моим вхождением в научно-исследовательскую деятель-

[1] Л. Кокин. Судьба Георгия Зайцева, перестроенная им самим // Юность. – 1972. – № 8.

[2] Зайцев Г. А. Алгебраические проблемы математической и теоретической физики. – М.: Наука, 1974.

[3] Эйзенхарт Л. П. Непрерывные группы преобразований. – М.: ИЛ, 1947.

[4] Петров А. З. Пространства Эйнштейна. – М.: Физматгиз, 1961.

ность. Параллельно я включился в работу городского семинара по теоретической физике под руководством Г. А. Этот семинар сыграл решающую роль в формировании моих научных интересов. Здесь я познакомился с многими математиками и физиками и, в первую очередь, с постоянными участниками семинара – С. Р. Когаловским, И. И. Конышевым, А. И. Черемисиным, А. М. Солуниным, А. А. Зайцевым. Запомнились выступления приглашенных докладчиков Г. В. Ефимова, Сапогина, Р. И. Пименова. И. И. Конышев очень точно сравнивал семинар с родником. Здесь часто высказывались новые, необычные идеи, порой парадоксальные, но зато заставлявшие задуматься. Причиной тому была широкая эрудиция участников семинара и прежде всего самого Г. А.

Хочу упомянуть еще об одной инициативе Г. А. (теперь сказали бы "дочернем предприятии") – о семинаре молодых ученых. Там мы изучали книгу А. А. Кириллова "Элементы теории представлений". Семинар просуществовал недолго, но зато помог мне обрести новых знакомых – Н. Г. Томина, М. Л. Рутенберга, В. А. Охлопкову, Ю. Н. Евдокимова. Таким образом, участие в семинарах помогло мне преодолеть вакуум, образовавшийся при переезде из Воронежа в Иваново.

Еще об одной грани личности Г. А. Зайцева, которая проявилась в следующих обстоятельствах. Вернувшись в октябре 1974 г. с сельхозработ, я обнаружил, что на кафедре ВМ ИХТИ сменился заведующий. Новый зав. каф. Ф. Н. Ясинский стал энергично создавать на кафедре научное направление, при этом допуская неприкрытое административное давление. Здесь наши интересы не совпали, поскольку я уже работал в направлении, заданном Зайцевым. Тогда Ясинский предложил компромисс – совместную тему "многоэлектронный атом". Зайцев не согласился. Мне пришлось выбирать, и я без колебаний выбрал направление Зайцева. Г. А. был обрадован моим выбором и очень расстроган. Он назвал меня своим другом, спросил разрешения называть меня только по имени (раньше называл по имени-отчеству). Позже я узнал, что в это время у него был тоже конфликт на кафедре. "У меня свои Ясинские" – говорил он. Последствием этих событий стал мой переход из ИХТИ в ИвТИ и поступление в заочную аспирантуру ИвГУ к А. И. Черемисину (формально), а фактически к Зайцеву.

Реальная "диссертабельная" задача у меня появилась в результате прослушивания спецкурса Г. А. Зайцева, где в качестве математического аппарата использовалась алгебра Грассмана. Г. А. обратил мое внимание на факт замкнутости дифференциальной 2-формы, соответствующей антисимметричному тензору электромагнитного поля. Это значит, что на пространстве Минковского или в его области электромагнитное поле задает симплектическую структуру. С другой стороны, симплектическая структура лежит в основе гамильтоновой механики. Поэтому в механике и электродинамике должны существовать аналогичные факты, обусловленные общностью используемых конструкций. Как полагал Г. А. Зайцев, единый взгляд на механику и электродинамику с точки зрения симплектической геометрии позволил бы “перекачивать” результаты из одной области физики в другую. Эта программа соответствовала разрабатываемой им теории физических теорий, но она осталась нереализованной. Но диссертацию в этом направлении я все же подготовил и при поддержке Г. А. Зайцева защитил в 1983 году в Горьковском университете. Г. А. лично присутствовал на моей защите в качестве научного руководителя; для транспортировки его в Горький потребовалась внушительная команда из его учеников во главе с женой Татьяной Давыдовной.

Около 12 лет прошло с момента моего знакомства с Георгием Александровичем до его безвременного ухода из жизни в 1986 г. Это время вместило и периоды восхищения, доходившего до восторженности, и моменты разочарования. Постоянным и несомненным оставалось только глубочайшее уважение к его таланту, его бесконечной преданности науке, его постоянной готовности бескорыстно помогать начинающим ученым.

М. А. Паринов, профессор кафедры
высшей математики и статистики ИГТА

Г. А. Зайцев и П. Г. Кузнецов

(Протокол беседы от 09.09.09*)*

В ближайшее время с помощью информационных технологий бессмертными станут те выдающиеся личности (точнее их виртуальные образы), которые смогли за свою физическую жизнь создать идеальные объекты, не меняющиеся с течением времени. Эти новые бессмертные будут жить собственной виртуальной жизнью, и продолжать радовать и восхищать нас реальными беседами с ними.

Мне очень хотелось бы побеседовать с Зайцевым и Кузнецовым, моими драгоценными учителями, уже сегодня. Мой возраст сейчас примерно такой, какой был у них, когда я, девятнадцатилетний, встретился с ними, а они позволили мне практически ежедневно беседовать с ними в течение последующих пяти лет.

Георгий Александрович Зайцев и Побиск Георгиевич Кузнецов были своеобразной категориальной парой. Один был полной противоположностью другого. А понять и определить одного необходимо и возможно через другого. Притягивались же они друг к другу потому, что всю жизнь разными инструментами решали сходные духовно-космологические задачки.

Г. А. из-за физического нездоровья вынужден был (как сейчас бы говорили) работать в отложенном и дистанционном режиме. Например, защищал докторскую диссертацию по телефону (едва не написал “по интернету”). Был достаточно наивен в быту. Побиск провел десять лет в сталинских лагерях и освободился сформировавшимся ученым (шутил, что окончил академию МВД). Оба были мужественными людьми.

Обсуждали и договорились:

1. Категориальный навигатор. Для выживаемости интернета как технологической формы коллективного разума человечества становятся актуальными и востребованными философские системы. Интернет стремительно превращается в хаос. Данные и информация не становятся знанием. Слова и понятия естественных языков образуют в интернете "блинную" (плоскую) структуру. Экспоненциальный рост такого "блин, контента" приводит к полной его невидимости или к только периферийному использованию. Это все равно, что ленинская библиотека без картотеки или библиотека в лапутянской академии наук у Свифта. Энтузиазмом социума создаются чудовищные по размеру хранилища, которыми невозможно пользоваться. А энтузиазм — изделие хрупкое.

Изменить ситуацию может применение логических форм, категориальных пар и отношений между ними для построения фрактальной теории знаний. Требуется разработка категориального навигатора в интернете, позволяющего масштабировать знания, "потрошить" понятия с помощью категорий. Любое понятие предметной области необходимо исследовать с помощью максимально возможного набора категориальных пар. Например, в электроэнергетике понятие "полезный отпуск электроэнергии" можно исследовать с помощью пар "необходимое–случайное" и "возможное–действительное". Можно выяснить, в каком смысле полезный отпуск электроэнергии есть (не есть) возможное (действительное). В данном случае это означает переход к другому связанному понятию из рассматриваемой предметной области — "резерв эффективности производства". Так любая предметная область диалектически структурируется, и с помощью исследованных грамматических форм превращается в строго формальное, но философски структурированное и компактное знание.

Важно, что при изучении предметной области с помощью категориальных пар связки между категориями необходимо исследовать не только с помощью отношений эквивалентности ("есть" и "не есть"), но и дополнить исследованием отношения порядка (включения). Таким образом, можно будет превратить "блинную" структуру любой предметной области в пирамидальную.

2. Спинорная квантовая информатика. Математический аппарат квантовой информатики должен строиться на теории спиноров и алгебрах альтернионов. Временные технические проблемы реализации кубитов и мультипликации ошибок вычислений не должны останавливать разработку теории квантовых вычислений. Единственный способ решение NP-задач — использование квантового компьютера.

Необходимо на языке идеалов гиперкомплексных чисел разработать математическое обеспечение моделирования квантовых вычислений по траекториям на классическом компьютере. Для этого необходимо представление классических алгоритмов как квантовых.

Возможно представление действительных чисел как гиперкомплексных и одномерных числовых массивов как двухмерных. При этом непротиворечивым образом классические величины и наблюдаемые могут быть представлены как разложения по гиперкомплексным базисам Гребнера.

3. Ветвление — универсальная операция отраслевой аналитики. Понятие универсальной ветвящейся алгебры, как алгебры, для которой не выполняется условие минимальности множества ее элементов, было введено в результате прошлых бесед. Понятие ветвления было связано с полугруппой эндоморфизмов универсальных алгебр. Эта конструкция была построена для строгого математического обоснования результатов Г. Крона по теории сложных систем.

Анализ и синтез отраслевых данных предполагает необходимость исследования отношений "одного ко многим" и "многого к одному". Восстановление обратимости и однозначности элементов и их отношений происходит при выявлении закономерностей в данных, разработки метрик и мультипликаторов.

Метрика — измеряемый параметр, одно из значений набора признаков объекта, зависящий от природы объекта и по возможности не зависящий от их количества. Показатель — метрика с целевым значением и желательной тенденцией достижения этого значения. Мультипликатор — описание отношения подобия между объектами. Основывается на двух связанных понятиях: пропорции и средней величины. Средние величины (или соответствующие пропорции) — это обобщающие показатели, в которых находит выражение действие общих условий, закономерность изучаемого явления и совокупности объектов, его (их) нормального (типичного) поведения.

Примером ветвления является "распушение" понятия стоимости компании и выявление скрытых биржевых котировок бухгалтерских показателей. Для прогнозирования цен на фондовом рынке применяются фундаментальный и технический анализ как два противоположных и несовместимых метода исследования данных. При фундаментальном анализируются учетные показатели компаний (производственные, экономические и финансовые). На основе этих же данных и их истории производится оценка стоимости компаний (доходный, затратный и сравнительный методы). Считается, что фундаментальный анализ (ФА) — стратегический, он лишен краткосрочных истерических флуктуаций, зависящих от настроений биржевой толпы.

При техническом анализе (ТА) принимается, что фундаментальные оценки уже включены в биржевые котировки. Достаточно исследовать только исторические торговые данные и применять формальные приемы и рецепты для прогнозирования цен и объемов будущих сделок.

Преимущества и недостатки имеются у ФА и ТА. Полезным бывает синтез ФА & ТА, основанный на том, что стоимость компании можно оценить как по котировкам акций на бирже, так и по учетным данным. Если установить равенство (подобие) этих двух оценок с точностью до множителя (мультипликатора), то можно решить обратную задачу. Правдоподобно восстановить ключевые параметры (показатели) стоимости компании, если она известна, а составляющие показатели (переменные) стоимости — нет. При этом эта задача "распушения" (fluff-up) неоднозначна, поскольку претендует на получение многих чисел (показателей) из одного (стоимости). Основная идея заключается в уменьшении неоднозначности из-за определения такого правила правдоподобия.

Тогда статическая задача оценки стоимости компании становится динамической. Если меняется цена акции на бирже, то изменяется капитализация компании. Но если капитализация сцеплена с бухгалтерской стоимостью, то последняя меняется с той же скоростью (частотой), что и ее биржевой аналог. А если этой "взбесившейся" бухгалтерской стоимости мы сможем правдоподобно поставить в соответствие распушенные показатели, то котировкам акций на бирже будут соответствовать скрытые и связанные с ними бухгалтерские котировки базовых (фундаментальных) показателей избранной компании.

С. Б. Пшеничников, генеральный директор ЗАО «IT energy analitika» (Москва, РАО ЕС России)

Последняя физическая тема Г. А. Зайцева

В 1977 г. профессор кафедры физики ИвТИ Георгий Александрович Зайцев был избран заведующим кафедрой теоретической физики ИвГУ и перешел работать в университет. Пришел он туда не с пустыми руками. Уже в следующем, 1978 году, кафедра начала выполнять хозяйственный договор по теме "Разработка алгебраических и групповых методов описания общих электромагнитных взаимодействий", заключенным сроком на три года с московским Институтом Проблем Управления. Объем финансирования на три года составил 100 000 руб. В сопоставимых ценах это примерно в 20 раз больше среднего гранта РФФИ.

История появления таких исследовательских тем в СССР довольно занятна. В начале 70-х годов в США был опубликован материал об успешной связи между двумя экстрасенсами, находившимися на двух подводных лодках в погруженном состоянии. Но в солёной морской воде, содержащий ионы, т. е. свободные электрические заряды, электромагнитные волны распространяться не могут. Как же была осуществлена эта связь? Если учесть, что по официальным данным, опубликованным тогда в СССР, из ядерной триады (межконтинентальные баллистические ракеты – бортовые ракеты подводных лодок – крылатые ракеты на авианосцах) на БРПЛ приходилось около 30% боеголовок, а сами подводные лодки были лишены средств связи, если они находились в погруженном состоянии, то понятно, что советское руководство не жалело денег, если открывалась хоть какая-то возможность решить эту проблемы связи с подводными лодками.

Вот и полученный Г. А. Зайцевым хоздоговор — это маленькие крохи от большого пирога, выделенного на решение этой проблемы. Интересно, что позже американцы признались, что этот эксперимент с экстрасенсами — дезинформация, пущенная для того, чтобы ввести СССР в дополнительные расходы на научные исследования. Однако, любые средства, потраченные на науку, никогда не пропадают даром. В конце концов, любое научное исследование сводится к выдвижению гипотез и их дальнейшей проверке. Причем, как показывает статистика, правильными оказываются не более 5–10%. Выполнение этого хоздоговора и явилось последней физической темой, над которой работал Георгий Александрович Зайцев. И, хотя хоздоговор с ИПУ завершился в 1980 г. [9], а до этого Г. А. в 1979 г. включил некоторые результаты работы над нелинейным обобщением электродинамики Максвелла в немецкое издание [22] своей монографии [5], однако, до конца своей жизни больше в плане научных исследований Г. А. Зайцев к физическим темам не возвращался.

Я познакомился с Г. А. Зайцевым в 1978 г., будучи студентом V курса математического факультета ИвГУ, и сразу включился в работу над возможными обобщениями электродинамики Максвелла. Работа это протекала в достаточно интенсивных, а иногда и в бурных научных дискуссиях с Георгием Александровичем. Он до конца отстаивал свою точку зрения, которая часто не совпадала с моей. Спорить с ним было сложно, но возможно, и несколько раз мне удавалось его переубедить. Это было нужно для работы, т. к. дискуссии возникали вокруг проблем, существование которых ставило под вопрос правильность выбранного направления. В 1980 году я, будучи ответственным исполнителем по этой ХДР, готовил итоговый отчет и завершал формальные стороны этого проекта. Вот об истории идей, возникших в процессе выполнения этого проекта, мне и хотелось бы рассказать, вспоминая Георгия Александровича Зайцева в его 80-летний юбилей.

1. Биметрическая теория электромагнетизма Г. А. Зайцева

Георгий Александрович Зайцев не случайно стал научным руководителем ХДР № 116 “Разработка алгебраических и групповых методов описания общих электромагнитных взаимодействий”. Начиная с первой публикации 1953 г. [1], в которой за 9 лет до появления спинорного формализма Ньюмена-Пенроуза (который первоначально использовался в ОТО для записи уравнений Эйнштейна в спинорной форме с использованием формализма комплексных тетрад, и лишь позже был перенесен на случай уравнений Максвелла) Г. А. Зайцев искал новые математические формы записи этих уравнений, опираясь на возможности современной алгебры [2]. Одним из таких подходов, связанным с существованием симметрии между электрическим и магнитным полями, реализуемый с помощью группы, названной Г. А. Зайцевым группой внешних преобразований [4, 5, 8], приводила к проблеме существования монополей, т. е. магнитных зарядов. Монополи были предсказаны П. Дираком еще в конце 20-х годов, но до сих пор обнаружены не были. Поэтому первой идеей, которую выдвинул Г. А. Зайцев для построения обобщения электродинамики Максвелла, была идея, что в таком обобщении монополи должны отсутствовать.

Вторая идея была выдвинута в докладе [7] и сводилась к тому, что электромагнитное поле можно описывать не только с помощью антисимметричного тензора $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$,[1]

$$F_{\mu\nu} = \partial_{[\mu} A_{\nu]}, \tag{1}$$

но и с помощью симметричного тензора $S_{\mu\nu} = S_{\nu\mu}$,

$$S_{\mu\nu} = \partial_{(\mu} A_{\nu)}, \tag{2}$$

связь между которыми носит не алгебраический, а дифференциальный характер:

$$\partial_{[\mu} S_{\nu]\lambda} = \partial_\lambda F_{\mu\nu}. \tag{3}$$

А поскольку симметричным является метрический тензор $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$, с помощью которого описывается гравитация в ОТО, то открывается возможность, связав через симметричный тензор $S_{\mu\nu}$ два метрических тензора $g_{\mu\nu}$ и $\hat{g}_{\mu\nu}$, получить не только объединение гравитации и электромагнетизма, но и, в предельном случае, когда гравитация отсуствует, и значит тензор кривизны Римана $R^{\lambda}_{\cdot\mu\nu\kappa}$ равен нулю,

$$R^{\lambda}_{\cdot\mu\nu\kappa} = 0, \tag{4}$$

еще и нелинейное обобщение электродинамики Максвелла.

Георгий Александрович показал, что если ввести параметр нелинейности ε и разложить по нему метрический тензор $g_{\mu\nu}$, то в линейном приближении

$$g_{\mu\nu} = \hat{g}_{\mu\nu} + \varepsilon S_{\mu\nu} + \dots\,. \tag{5}$$

При этом считается, что метрики плоского пространства $g_{\mu\nu}$ и $\hat{g}_{\mu\nu}$ просто записаны в разных координатных системах q^α и x^α, а значит преобразование от одной системы координат к другой будет выглядеть так:

$$q^\alpha = \exp(\varepsilon A^\mu(x)\partial_\mu) x^\alpha. \tag{6}$$

Ковариантные компоненты метрик $g_{\mu\nu}$ и $\hat{g}_{\mu\nu}$ связаны формулой

$$g_{\alpha\beta} = \frac{\partial q^\mu}{\partial x^\alpha}\frac{\partial q^\nu}{\partial x^\beta}\hat{g}_{\mu\nu}, \tag{7}$$

а тогда из (6) и (7) следует (5) [6].

В этой же работе Г. А. Зайцев в линейном приближении показал, что если выполнено (4), то $S_{\mu\nu}$ из (5) будет иметь вид (2). Это значит, что подобно тому, как однородная пара уравнений Максвелла

$$\partial_{[\mu} F_{\nu\lambda]} = 0 \tag{8}$$

[1]Здесь симмметрирование и альтернирование вводятся не традиционно, а по формулам: $T_{(ij)} = T_{ij} + T_{ji}$, $T_{[ij]} = T_{ij} - T_{ji}$.

позволяет определить антисимметричный тензор поля $F_{\mu\nu}$ согласно (1) с точностью до векторного потенциала, то и уравнения (4) позволяют определить симметричный тензор поля $S_{\mu\nu}$ согласно (2) также с точностью до векторного потенциала. Таким образом, нелинейное обобщение половины уравнений Максвелла (8) было найдено Г. А. Зайцевым в виде уравнений (4).

Для определения векторного потенциала A^μ в электродинамике Максвелла подходящая пара уравнений

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j^\nu. \tag{9}$$

Значит надо найти нелинейное обобщение уравнений (9). И вот здесь Георгий Александрович обращается к работам академика В. А. Фока [20, 21]. В работе [20], появившейся в ЖЭТФ в 1939 г., Фок решал задачу о выводе уравнений движения, вообще говоря, протяженных тел из уравнений Эйнштейна. Задача эта технически крайне громоздка. В. А. Фоку удалось преодолеть эти технические трудности, удачно выбрав координатную систему, а именно гармоническую, определяемую условиями гармоничности:

$$\Gamma^\mu = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\nu (\sqrt{-g} g^{\mu\nu}) = 0. \tag{10}$$

Но В. А. Фок захотел придать гармоническим координатам выделенный характер, а именно рассматривать их как наиболее приближенные к инерциальным системам отсчета. Итог этой его программы подведен во 2-м издании монографии [21]. В этой книге показано, что в случае плоского пространства, если еще наложить условие отсутствия гравитационного излучения, две гармонические системы координат будут связаны преобразованиями из группы Пуанкаре. В. А. Фок честно признает, что обобщить этот результат на случай искривленного пространства ему не удалось.

Третья идея Георгия Алекскандровича, положенная в основу его биметрической теории электромагнетизма, — это идея отказа от условия излучения, рассматривавшегося В. А. Фоком, и превращения условия гармоничности координат в нелинейное обобщение неоднородной пары уравнений Максвелла (9), путем замены (10) на уравнение:

$$\Gamma^\mu = \frac{4\pi}{c} j^\mu. \tag{11}$$

Действительно, и это было показано Г. А. Зайцевым в [6], если (5) подставить в (10), а (10) в (11), и ограничиться линейным по ε приближением, то вместо (11) будем иметь

$$\Box A^\mu = -\frac{4\pi}{c} j^\mu, \tag{12}$$

т. е. уравнения Даламбера для потенциала A^μ, к которым сводится уравнение Максвелла (9), если наложить калибровочные условия Лоренца

$$\partial_\nu A^\nu = 0. \tag{13}$$

Таким образом, уравнения (4) и (11) и составили основу биметрической теории электромагнетизма Г. А. Зайцева. Георгий Алекскандрович полагал, что уравнение (4), если его обобщить на случай искривленного пространства, — что кстати им и было сделано, однако, этого обобщения мы здесь касаться не будем, — как раз и запрещает существование монополей. Действительно, при таком обобщении уравнение (4) превращается в уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -kT_{\mu\nu}, \tag{14}$$

и плотность магнитных зарядов просто некуда ставить: их место занял тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$.

Г. А. Зайцев рассмотрел в предложенном им обобщении электродинамики Максвелла только линейное приближение. Действительно, в этом приближении биметрическая теория электромагнетизма почти переходила в теорию Максвелла, т. е. принцип соответствия почти выполнялся.

Поставленная передо мною Георгием Алекскандровичем задача заключалась в том, чтобы рассмотреть следующее приближение, уже содержащее параметр нелинейности ε, а еще лучше построить какие-нибудь точные решения уравнений (4) и (11). Однако, попытки решить эти задачи натолкнулись на нерешенные проблемы, требующие анализа и изменения самых основ биметрической теории электромагнетизма.

2. Проблемы биметрической теории электромагнетизма

Попытки построения решений уравнений (4) и (11) привели к формулировке нескольких ключевых проблем, без решения которых не только было бесполезно искать нелинейные эффекты биметрической теории электромагнетизма, но возникали подозрения о корректности уравнений (4) и (11), а также всего предложенного Г. А. Зайцевым подхода к нелинейному обобщению электродинамики Максвелла.

Перечислим сначала основные проблемы с которыми я столкнулся, а потом рассмотрим их содержание.

1. Проблема существования векторного потенциала.
2. Проблема калибровочной инвариантности.
3. Проблема закона сохранения электрического заряда.
4. Проблема нелокальности уравнений поля.
5. Проблема нетензорности потенциала.
6. Проблема законов сохранения динамических величин.
7. Проблема уравнений движения заряженных частиц.
8. Проблема квантования биметрической теории электромагнетизма.
9. Проблема оснований для нелинейного обобщения электродинамики.
10. Проблема определения параметра нелинейности ε.
11. Проблема связи биметрической теории электромагнетизма с объединенными калибровочными теориями — Вайнберга–Салама, Великого объединения, супергравитации.

Часть из перечисленных выше проблем удалось решить, другие еще ждут своего часа.

2.1. Проблема существования векторного потенциала. Эта проблема возникла потому, что в работе [6] Г. А. Зайцевым было показано, что векторный потенциал можно ввести в линейном приближении, так что в этом приближении уравнения (4) будут удовлетворяться. Однако, следующие члены в разложении (5) могут нарушить уравнение (4). Эту проблему решить удалось. Сначала я убедился, что члены порядка ε^2 тоже удовлетворяют уравнению (4), а потом, построив тетрадный формализм для этого варианта нелинейной электродинамики, показал, что в любом приближении уравнение (4) будет выполнено, если (5) заменить на следующее:

$$g_{\mu\nu} = \hat{g}_{\mu\nu} + \varepsilon\partial_{(\mu}A_{\nu)} + \varepsilon^2\partial_\mu A_\lambda \partial_\nu A^\lambda. \tag{15}$$

Таким образом, было показано, что разложение (5) оборвется на членах порядка ε^2 [17].

2.2. Проблема калибровочной инвариантности. Эта проблема как раз и приводит к тому “почти”, когда речь идет о выполнении принципа соответствия. Действительно, уравнения Максвелла (8) и (9), содержащие только антисимметричный тензор $F_{\mu\nu}$ не меняются при калибровочном преобразовании

$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \Psi \tag{16}$$

с произвольной функцией Ψ. Именно, используя этот произвол, можно наложить на потенциал A^μ условие Лоренца (13), и тогда, и только тогда, когда выполнено (13), уравнения Максвелла (8) превратятся в уравнения Даламбера (12). Поэтому, строго говоря, даже в линейном приближении биметрическая теория электромагнетизма не является калибровочно инвариантной, а, значит, не переходит в теорию Максвелла. Эту проблему тоже удалось решить [17]. Взяв левую часть условия гармоничности (10) в виде

$$\Gamma^\mu = g^{\nu\lambda}\Gamma^\mu_{\nu\lambda}, \tag{17}$$

где $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ — символ Кристоффеля, построенный из метрического тензора $g_{\mu\nu}$, можно заменить уравнение (11) на следующее:

$$g^{\nu[\lambda}\Gamma^{\mu]}_{\nu\lambda} = \frac{4\pi\varepsilon}{c} j^\mu. \tag{18}$$

Уравнения (18) в линейном по ε приближении точно перейдут в уравнения Максвелла (8).

Было найдено и нелинейное обобщение калибровочного условия Лоренца (13) [10, 17]. А именно, если ввести обозначения $g = \det g_{\mu\nu}$ и $\hat{g} = \det \hat{g}_{\mu\nu}$, то полагая

$$g = \hat{g}, \tag{19}$$

нетрудно получить, что в линейном по ε приближении (19) перейдет в (13). При этом уже не приближенно, а точно, уравнения (18) перейдут в (11).

Но таким способом удается получить калибровочную инвариантность только в линейном приближении. Если уравнения (4) и (11) дополнить уравнением (19), то система уравнений будет переопределена, кстати, так же, как она переопределена в случае уравнений Максвелла в форме (12) и (13).

2.3. Проблема закона сохранения электрического заряда. Эта проблема – прямое следствие отсутствия калибровочной инвариантности. Из уравнений Максвелла (9) в силу антисимметричности $F_{\nu\mu}$ следует, что плотность электрических токов j^μ, удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \tag{20}$$

т. е. локальному закону сохранения электрического заряда. Однако,

$$\partial_\mu \Gamma^\mu \neq 0, \tag{21}$$

а значит в биметрической теории электромагнетизма уравнение (20) не выполняется, потому и не сохраняется электрический заряд. Это уже не проблема, а самая настоящая катастрофа. Но её тоже удается избежать, если уравнения (18) записать в виде

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \varepsilon P^\nu = \frac{4\pi}{c} j^\nu \tag{22}$$

и величину $P^\nu = P^\nu(\partial_\alpha A^\gamma, \partial_\alpha \partial_\beta A^\gamma)$ рассматривать (поскольку она нелинейно зависит от производных потенциала A^μ) как полевой ток, т. е. само векторное поле A^μ оказывается заряженным. Обозначая полевой ток через j_f^μ и полагая

$$j_f^\nu = -\frac{\varepsilon c}{4\pi} P^\nu, \tag{23}$$

перепишем уравнения (22) в квазимаксвелловской форме:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c}(j^\nu + j_f^\nu)\ . \tag{24}$$

Из (24) следует, что

$$\partial_\nu (j^\nu + j_f^\nu) = 0. \tag{25}$$

Уравнение непрерывности (25) означает, что сохраняется сумма токов заряженных частиц j^μ и полевых токов j_f^ν, но не каждый из них по отдельности. Для слабых полей, когда $|\varepsilon \partial_\mu A^\nu| << 1$, полевые токи исчезают. Таким образом, закон сохранения заряда удается спасти, причем именно благодаря восстановлению калибровочной инвариантности в линейном приближении [18].

2.4. Проблема нелокальности уравнений поля. Эта проблема возникла, когда я попытался рассмотреть уравнения (4) и (11) не только в линейном по ε приближении, но и учитывая более высокие степени параметра нелинейности. Если в (6) разложить экспоненту в степенной ряд, то поскольку в показателе стоит дифференциальный оператор, то учет каждого следующего члена разложения будет не только увеличивать степень ε, но и увеличивать порядок производных потенциала A^μ. Поэтому уравнения (11), если пытаться их решать приближенно, вообще говоря, дифференциальные уравнения в частных производных бесконечного порядка, т. е. нелокальные уравнения. Как с такими уравнениями работать — не ясно. Тем более, что самая высокая степень параметра нелинейности всегда будет стоять у членов с самыми старшими производными. Теория приближенного решения дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной существует только для частных простейших случаев. Это была первая проблема, с которой я столкнулся, начав работать над биметрической теорией электромагнетизма Г. А. Зайцева.

Эту проблему удалось решить, опираясь на следующие соображения [17]. В (6) стоит по сути дела оператор сдвига, т. к.

$$(\exp \varepsilon A^\mu \partial_\mu) f(x^\nu) = f(x^\nu + \varepsilon A^\nu). \tag{26}$$

Тогда вместо (6) можно взять

$$q^\mu = x^\mu + \varepsilon A^\mu(x^\nu). \tag{27}$$

Тогда (7) и (27) как раз и дадут (15). А если выполнено (15), то точно, а не только в линейном приближении, будет выполнено и (4).

2.5. Проблема нетензорности потенциала. Эта проблем ставила все направление, связанное с биметрической теорией электромагнетизма Г. А. Зайцева под страшный удар. Действительно координаты x^μ, будучи декартовыми, образуют вектор. Но обобщенные координаты q^μ — это набор 4-х скаляров. Но тогда из (27) следует, что и A^μ — тоже набор 4-х скаляров, а вовсе не вектор. Георгий Александрович хорошо понимал всю катастрофичность этого дефекта его теории. Именно поэтому, а я очень хорошо запомнил этот день, он на протяжении многих часов пытался опровергнуть это утверждение. Наконец, вынужденный признать, что это так, он, то ли устав от многочасовой дискуссии, то ли от непоправимости сложившейся ситуации, бессильно откинулся в своем инвалидном кресле и тихо проговорил: “Да, да – это так...”.

Эту проблему тоже удалось решить [10, 17]. Для этого надо было отказаться от связи двух метрик $g_{\mu\nu}$ и $\hat{g}_{\mu\nu}$ через преобразование координат (7) и (27), а рассматривать два разных пространства с метриками $g_{\mu\nu}$ и $\hat{g}_{\mu\nu}$ и неизометрическое отображение одного из них на другое. Физически это означает, что для введения электромагнитных взаимодействий пространства-времени Минковского недостаточно, а требуется минимум два таких пространства, а, вообще говоря, столько, сколько существует частиц, с которыми можно связать систему отсчета, вообще говоря, неинерциальную. Оба этих пространства можно рассматривать как плоские. Значит, кроме уравнения (4) должно выполняться уравнение

$$\hat{R}^{\lambda}_{.\mu\nu\kappa} = 0 \ . \tag{28}$$

Из (4) и (28) тогда следует, что тензор деформации кривизны

$$S^{\lambda}_{.\mu\nu\kappa} = R^{\lambda}_{.\mu\nu\kappa} - \hat{R}^{\lambda}_{.\mu\nu\kappa}$$

удовлетворяет уравнению

$$S^{\lambda}_{.\mu\nu\kappa} = 0 \ . \tag{29}$$

Именно уравнение (29) заменит уравнения Максвелла (8), а вовсе не (28). Уравнение (28) теперь — это не уравнение поля, а уравнение, задающее геометрию пространства-времени. Поэтому аргументация Г. А. Зайцева об отсутствии магнитных зарядов в биметрической теории электромагнетизма теперь не проходит. Эти заряды можно ставить в правую часть (29), а тензор энергии-импульса — в правую часть (28) при переходе к кривому пространству. Уравнение (29) отличается от уравнения (4) заменой частных производных ∂_μ на ковариантные $\hat{\nabla}_\mu$, построенные с помощью символов Кристоффеля $\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu}$, задаваемых метрическим тензором $\hat{g}_{\nu\mu}$. Если такую замену сделать в символах Кристоффеля $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$, задаваемых метрическим тензором $g_{\nu\mu}$, то мы получим тензор (в отличие от символов Кристоффеля, тензором не являющихся!) деформации связности:

$$S^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu}. \tag{30}$$

Поэтому в уравнениях (18), левая часть которых не вектор, а правая должна быть вектором, следует заменить $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ на $S^{\lambda}_{\mu\nu}$. В результате получим:

$$g^{\nu[\lambda}S^{\mu]}_{\nu\lambda} = \frac{4\pi}{c} j^{\mu}. \tag{31}$$

Уравнения (28), (29), (31) — это уже хорошие тензорные уравнения, в отличие от уравнений (11) или (18), которые таковыми не являются. Например, записав (15) в виде

$$g_{\mu\nu} = \hat{g}_{\mu\nu} + \varepsilon f_{\mu\nu}, \tag{32}$$

где $f_{\mu\nu}$ — тензор деформации метрики, физический смысл которого заключается в том, что он играет роль симметричного тензора поля, причем

$$f_{\mu\nu} = \hat{\nabla}_{(\mu} A_{\nu)} + \varepsilon \hat{\nabla}_\mu A_\lambda \hat{\nabla}_\nu A^\lambda, \tag{33}$$

мы завершим решение проблемы нетензорности потенциала A^ν. Тем самым мы превратим биметрическую теорию электромагнетизма Г. А. Зайцева в теорию, которую я предложил назвать *электродинамикой с симметричным тензором поля* (ЭСТП).

Если дополнить уравнения (28), (29) и (31) нелинейным калибровочным условием (19), то в силу того, что

$$S^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu} = \partial_{\mu} \ln \frac{g}{g_0}, \tag{34}$$

из (34) следует, что вместо уравнения (31) будем иметь:

$$g^{\mu\nu} S^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j^{\lambda}. \tag{35}$$

Основу ЭСТП составляет уравнения (28), (29), (19) и (35). Её основания имеют простой геометрический смысл. А именно, уравнения (32) и (29) утверждают, что векторный потенциал A^{μ} можно ввести только если деформация метрики не приводит к деформации кривизны. Интересно отметить, что такой подход является по сути дела примером того, что Г. А. Зайцев применительно к уравнениям Гамильтона называл неканоническими преобразованиями [3]. Действительно, сам способ включения электромагнитных взаимодействий при таком подходе требует рассмотрения неизометрических преобразований одного плоского пространства Минковского на другое. Такого рода преобразования имеют под собой более глубокое основание, чем чисто геометрическая конструкция. А именно, они открывают путь к обобщению специального принципа относительности Эйнштейна на случай неинерциальных систем отсчета, которого в ОТО сделано не было.

2.6. Проблема законов сохранения динамических величин. Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса легко получаются в теориях, в которых уравнения движения выводятся из вариационного принципа. Однако, уравнения (31) не могут быть получены ни из какого лагранжиана. Это следует как из рассмотрения членов второго порядка по ε, так и из некоторых точных решений уравнений (31), которые не выдерживают инверсию времени, а значит, описывают необратимые процессы. Казалось бы, возможен иной способ получения законов сохранения без обращения к вариационному принципу. Действительно, из уравнений Максвелла (8), (9) можно, свёртывая их с тензором поля и строя линейную комбинацию, привести левую часть к дивергенции как раз максвелловского тензора энергии-импульса электромагнитного поля. Тогда правая часть даст силу Лоренца, которую можно записать как минус дивергенцию тензора энергии-импульса частиц. Отсюда и следует уравнение непрерывности для суммы тензоров энергии-импульса электромагнитного поля и частиц, т. е. законы сохранения динамических величин. И никакого лагранжиана не нужно.

Однако в случае ЭСТП, такой подход сталкивается со следующей трудностью. Уравнение (29), строго говоря, не дает в линейном приближении однородную пару уравнений Максвелла (8), а дает следующие уравнения:

$$\hat{\nabla}_{\lambda} \hat{\nabla}_{[\mu} F_{\nu\kappa]} = 0. \tag{36}$$

Лишнюю производную в (36) можно убрать рассуждениями об исчезновении поля на бесконечности. Но это проходит только для линейного приближения, которого недостаточно для получения законов сохранения динамических величин в ЭСТП.

Другой подход заключается в том, чтобы получить законы сохранения, т. е. уравнения непрерывности, сначала в линейном приближении, не для уравнения Максвелла (9), а для (36). Действительно, для (36) и (9) после дифференцирования (9) удается из левых частей построить дивергенцию от тензора четвертого ранга. Этот тензор квадратичен не по напряженности поля, а по его первым производным. Возможно, что именно такой закон сохранения динамических величин, т. е. не законы сохранения энергии, а законы сохранения мобильности, и будут получаться в линейном приближении ЭСТП. Однако, попытка перенести этот результат с линейного приближения на точные уравнения ЭСТП успехом не увенчалась. Правда не доказано, что так законы сохранения динамических величин в ЭСТП получить нельзя. Так что эта проблема остается открытой.

2.7. Проблема уравнений движения заряженных частиц. Эта проблема непосредственно связана с предыдущей. Если построены сохраняющиеся величины, то из них уравнения движения получаются как следствие. Уравнение движения заряженных частиц в ЭСТП удалось получить только для слабых электромагнитных полей, имеющих малые градиенты как в пространстве, так и во времени (что существенно!) [12]. Эти уравнения совпали с уравнениями Лоренца, т. е. с уравнениями движения заряженных частиц в электродинамике Максвелла. Поэтому и эта проблема остается открытой.

2.8. Проблема квантования биметрической теории электромагнетизма. Считается, что квантовая электродинамика (КЭД) проверена вплоть до расстояний 10^{-16} см, которые доступны современным ускорителям, и никаких расхождений между теорией и экспериментом не обнаружено. Напротив, совпадение вычисленных и измеренных величин, например аномального магнитного момента электрона или лэмбовского сдвига, просто фантастично — до 11-го знака после запятой. Поэтому когда в 80-е и 90-е годы я делал доклады об ЭСТП на семинарах в МГУ, МГПИ, УДИ и других местах, я постоянно слышал вопрос о возможности квантования ЭСТП. Действительно, стандартные методы квантования — канонический или с помощью функциональных интегралов, требуют знания гамильтониана в первом случае и лагранжиана во втором. Ни того, ни другого в ЭСТП нет. Следует отметить, что нелинейные теории, даже если для них можно написать лагранжиан (например, электродинамика Борна–Инфельда), при квантовании сталкиваются с очень большими трудностями. Поэтому проблема квантования ЭСТП по сути дела ни Георгием Александровичем Зайцевым, ни кем бы то ни было еще не ставилась. Однако, в последнее время у меня появилась идея, как можно начать решать эту проблему. Если деформировать метрику плоского пространства, согласно (32) и (33), то действие для свободных частиц не распадается в сумму действия частиц в новом пространстве и действия взаимодействия. Этому помешает квадратный корень. От него можно избавиться так, как это в свое время сделал Дирак, используя некоммутативную алгебру и по сути дела вводя в теорию спинорную волновую функцию ψ. При этом останутся члены, которые условно можно обозначить так:

$$1 + \varepsilon \nabla A. \tag{37}$$

Если бы, применив этот прием Дирака в (37), удалось "растащить" производную ∇ и потенциал A, то (37) превратилось бы в

$$\psi^{+}(\alpha + \beta\nabla + \gamma A)\psi, \tag{38}$$

где α, β, γ — элементы некоммутативной алгебры. Возможно, при этом придется и потенциал A и спинор ψ заменить на операторы, действующие на волновую функцию Φ. Выражение в (38) является калибровочно-инвариантным. А поскольку левые части и уравнений (19), (29), (35) зависят только от величин (37), то такую процедуру можно было бы применить и к уравнениям поля ЭСТП. Если бы это удалось сделать, то мы не просто бы проквантовали ЭСТП, а ещё и за счет этого квантования восстановили калибровочную инвариантность не только в линейном приближении, но и точно. Идея о том, что квантование восстанавливает калибровочную инвариантность у классической (неквантовой) теории поля возможно избавила бы физику от необходимости вводить до сих пор не открытый бозон Хиггса. Всё изложенное выше — это, конечно же, не решение проблемы квантования ЭСТП, а не более, чем идея, которая нуждается в детальной разработке и проверке.

2.9. Проблема оснований для нелинейного обобщения электродинамики. Исследования по нелинейному обобщению классической электродинамики сейчас да и 30 лет назад, когда Г. А. Зайцев предложил такое обобщение в форме биметрической теории электромагнетизма, не пользуются популярностью. Это происходит потому, что между КЭД и экспериментом для доступных сейчас энергий нет расхождений с одной стороны, а с другой стороны и классическая, и квантовая электродинамика вошли составной частью сначала в электрослабую теорию Вайнберга–Салама, а потом и в разные варианты теорий Великого Объединения. Поэтому для того, чтобы продолжать развитие ЭСТП, требуются достаточно веские основания. И такие основания были найдены [17]. Дело в том, что хотя А. Эйнштейн и назвал свое самое великое творение общей теорией относительности (ОТО), потому, что думал, что ему удалось обобщить специальный принцип относительности на случай неинерциальных систем отсчета, однако это не так. Как считал один из самых основательных критиков взглядов Эйнштейна на ОТО В. А. Фок, в ОТО относительности меньше, чем в СТО, т. к. кривое пространство-время не может иметь больше симметрий, чем плоское [20]. И в этом В. А. Фок безусловно прав. Однако, с нашей точки зрения он неправ в другом, что обобщение СТО на неинерциальные системы отсчета невозможно. Как показано в [17], при том способе включения векторных полей, который используется в ЭСТП, требуется более сложное пространство, чем пространство Минковского. Но это не риманово пространство, а категория плоских пространств. Только в такой категории, отдельные объекты которой — пространства Минковского связаны друг с другом неизометричными отображениями, появляется возможность выпрямить кривые мировые линии, т. е. переходить от неинерциальных систем отсчета к инерциальным, и искривлять прямые мировые линии, т. е переходить от инерциальных систем отсчета к неинерциальным.

При этом эквивалентность физических процессов в разных системах отсчета достигается не тем, что они одинаково протекают как в инерциальных, так и в неинерциальных системах отсчета, что просто неверно, а тем, что неинерциальную систему отсчета всегда можно превратить в инерциальную. Реализовано ли так понимаемое обобщение специального принципа относительности Эйнштейна в полном объеме в ЭСТП? Ни в коем случае. Для получения уравнений ЭСТП не требуется вся категория пространств Минковского, а только два объекта. Вопрос о том, что будет при таком отображении — неизометрическом, происходить с мировыми линиями частиц, которые и дают математическое описание системы отсчета, не рассматривается. А надо выбрать такой объект этой категории, в котором мировая линия данной частицы будет прямой, т. е. связанная с ней система отсчета будет инерциальной. Далее, надо спроектировать всю категорию в этот объект. Поскольку замкнутые диаграммы в такой категории некоммутативны, в отличие от аналогичных диаграмм отдельных объектов, представляющих умножение преобразований из группы Пуанкаре, коммутативность которых и гарантирует замкнутость относительно умножения этой группы, то при таком проектировании мировые линии остальных частиц окажутся размазанными по выделенному пространству Минковского, и описание этих частиц станет невозможным на языке координат и импульсов, и потребует введения волновой функции. Если эту программу удастся реализовать, — а пока это только программа, то окажутся доказанными довольно любопытные вещи.

1. Частица, движущаяся по инерции или с очень маленьким ускорением, — это всегда частица классическая, а не квантовая. Напротив, частица движущаяся с достаточно большим ускорением, т. е. имеющая малую массу и находящуюся в сильном и быстро меняющемся как в пространстве так и во времени поле, требует квантового описания.

2. Поскольку при так понимаемом обобщении специального принципа относительности, система отсчета всегда инерциальная, а значит классическая, то для случая сильных и быстроменяющихся полей и частиц малых масс, эти частицы требуют квантового описания, то квантовую физику нельзя построить без классической, которая необходима для описания систем отсчета и вовсе не является предельным случаем квантовой физики.

3. Обобщение специального принципа относительности в указанном выше смысле приводит не к ОТО, где все тела движутся по инерции, а потому являются классическими (не квантовыми), а к квантовой физике. Поэтому можно сказать, что квантовая физика — это следствие обобщения специального принципа относительности.

Таким образом, проблема оснований ЭСТП в каком-то смысле решена, но не в виде уже построенной теории, а в виде научно-исследовательской программы.

2.10. Проблема определения параметра нелинейности. На многих семинарах и конференциях, где я выступал с докладами об ЭСТП, я слышал замечания — "Вы вводите параметр нелинейности ε. Его надо оценить по величине". Размерность ε — это обратная величина напряженности электрического или магнитного поля. Поэтому для теоретической оценки ε достаточно найти характерный размер и рассмотреть величину, обратную к величине кулоновского поля частиц с зарядом электрона. Существуют 3 неуниверсальные характерные длины — это радиус Бора a, комптоновская длина волны электрона λ и классический радиус электрона r и одна универсальная длина, но нехарактерная для электромагнитных взаимодействий — планковская длина l_{pl}. По порядку величин эти длины есть:

$$a = \frac{h}{me^2} \approx 10^{-8} \text{ см}, \tag{39}$$

$$\lambda = \frac{h}{mc} \approx 10^{-11} \text{ см}, \tag{40}$$

$$r = \frac{e^2}{mc^2} \approx 10^{-13} \text{ см}, \tag{41}$$

$$l_{pl} = \left(\frac{Gh}{c^3}\right)^{1/2} \approx 10^{-43} \text{ см}. \tag{42}$$

В (39)–(42) введены обозначения: G — ньютоновская константа тяготения, h — постоянная Планка, c — скорость света в вакууме, e — заряд электрона, m — масса электрона. Величины (39)–(41) связаны друг с другом через постоянную тонкой структуры α:

$$r = \alpha\lambda = \alpha^2 a. \tag{43}$$

Если обозначить параметр нелинейности, построенный с использованием r, через ε_r, с использованием λ — через ε_λ, с использованием a — через ε_a, а с использованием l_{pl} — через ε_{pl}, то будем иметь:

$$\varepsilon_r = \frac{e^3}{m^2c^4}\ , \tag{44}$$

$$\varepsilon_\lambda = \frac{h^2}{m^2c^2e}\ , \tag{45}$$

$$\varepsilon_a = \frac{h^4}{m^2 e^3} \ , \tag{46}$$

$$\varepsilon_{pl} = \frac{Gh}{c^3 e} \ . \tag{47}$$

Нет смысла приводить даже порядки величин (44)–(47), поскольку разброс этих оценок будет где-то около 10^{70}. Даже если исключить (47), то разброс оценок около 10^{10}. На самом деле такие теоретические оценки не просто бессмысленны — они невозможны. Численную величину ε или верхнюю границу для неё можно найти только экспериментально, а теоретические оценки нужны только для определения параметров этого эксперимента. Ну как можно теоретически оценить величину скорости света, если высказано предположение что она конечна? А вот теоретически важно рассчитать эффект, в величину которого войдет ε, и то, что в принципе можно измерить. И такие эффекты есть. Они как раз вытекают из нелинейности ЭСТП и связаны с тем, что электромагнитное поле будет менять скорость прохождения через него поперечных электромагнитных волн [10, 14, 15, 16, 19]. До сих пор экспериментаторы такие опыты ставить отказывались. Это неудивительно. Ведь в свое время П. Л. Капица отказался поставить эксперимент по измерению скорости света в сильном магнитном поле, который предложил ему А. Эйнштейн, сопровождавший это предложение словами: “Я не верю, что Господь Бог создал этот мир так, что скорость света ни от чего не зависит”. Поэтому проблему опредления верхней границы для параметра нелинейности ε можно считать решенной частично.

2.11. Проблема связи биметрической теории электромагнетизма с объединенными калибровочными теориями Вайнберга–Салама, Великого объединения, супергравитации. В том самом 1979 году, в котором Г. А. Зайцев написал уравнения биметрической теории электромагнетизма, Нобелевская премия по физике была присуждена С. Вайнбергу, А. Саламу и Дж. Глешоу за создание первой реалистичной объединенной калибровочной теории — теории электрослабых взаимодействий. Тем самым мир физиков признал, что эта теория достаточно хорошо подтверждена экспериментально. Для биметрической теории электромагнетизма это означало, что теперь для выполнения принципа соответствия мало одного максвелловского предела, а требуется еще указать путь включения в эту теорию, хотя бы до квантования слабых взаимодействий. Позже, в 80-е годы, это требование еще более усложнилось в связи с построением теорий Великого Объединения, супергравитации и суперструн. Это проблема своевременно не была поставлена и, как следствие, не была решена. Но, возможно, она не решена не потому, что её сложно решить, а потому, что её не решали. Конечно, первая же трудность в её решении видна невооруженным взглядом. Это отсутствие квантовой ЭСТП, в то время как объединенные калибровочные теории квантовые. Что же касается классического варианта теории, то, по-видимому, переход от абелевой группы $U(1)$ к неабелевой

$SU(2) \times U(1)$ можно попробовать осуществить вводя не один параметр нелинейности ε, а их набор ε_a. Тогда потенциал A^μ заменяется на $A^{a\mu}$, а деформация метрики из (33) — на

$$f^a_{\mu\nu} = \hat{\nabla}_{(\mu} A^a_{\nu)} + \varepsilon_b \hat{\nabla}_\mu A^a_\lambda \hat{\nabla}_\nu A^\lambda_b \ , \tag{48}$$

причем вместо (32) будем иметь:

$$g_{\mu\nu} = \hat{g}_{\mu\nu} + \varepsilon_a f^a_{\mu\nu} \ . \tag{49}$$

Рассматривая далее A^a_μ как связность в расслоенном пространстве представлений калибровочной группы, можно ввести антисимметричный тензор напряженности $F^a_{\mu\nu}$ как тензор кривизны в этом расслоении, связать его с симметричным тензором поля и т. д. Поэтому эта проблема, конечно, существует, она не решена, но не представляется нерешабельной.

3. Электродинамика с симметричным тензором поля

Остановимся на том, что еще удалось улучшить в ЭСТП. Были созданы два математических подхода, которые существенно упростили построение точных решений уравнений ЭСТП. Это тетрадный формализм [17] и метод точной линеаризации.

Тетрадный формализм основан на том, что соотношение (32) можно записать так:

$$g_{\mu\nu} = h^\alpha_\mu h^\beta_\nu \hat{g}_{\alpha\beta}, \tag{50}$$

где

$$h^\mu_\nu = \delta^\mu_\nu + \varepsilon \hat{\nabla}_\nu A^\mu. \tag{51}$$

Тогда уравнения (29) заменятся на следующие:

$$\hat{\nabla}_{[\mu} h^\lambda_{\nu]} = 0. \tag{52}$$

Если обозначить через l^μ_ν тензор, обратный к h^μ_ν,

$$l^\mu_\lambda h^\lambda_\nu = \delta^\mu_\nu, \tag{53}$$

а через $h = \det h^\mu_\nu$, то вместо уравнений (19) будем иметь

$$h = 1, \tag{54}$$

а вместо уравнений (31) —

$$\hat{g}^{\mu\nu} l^{[\tau}_\mu \hat{\nabla}_\tau l^{\lambda]}_\nu = -\frac{4\pi\varepsilon}{c} j^\lambda, \tag{55}$$

или, с учетом (54),

$$\hat{g}^{\mu\nu} l^\tau_\mu \hat{\nabla}_\tau l^\lambda_\nu = -\frac{4\pi\varepsilon}{c} j^\lambda. \tag{56}$$

Уравнения (52), (54) и (56) и есть уравнения ЭСТП в тетрадной форме. Именно эта форма позволила построить целый ряд точных решений и рассчитать нелинейные эффекты.

Метод точной ленеаризации в случае вакуумных уравнений поля ЭСТП позволяет 4 из 5 уравнений, а именно уравнения (56), сделать линейными. Этот метод работает только в декартовых координатах. Если ввести переменные α^μ согласно

$$\alpha^\mu = x^\mu + \varepsilon A^\mu(x^\nu), \tag{57}$$

то уравнения (56) примут вид

$$\eta^{\mu\nu}\frac{\partial^2 A^\lambda}{\partial\alpha^\mu\partial\alpha^\nu} = -\frac{4\pi}{c}j^\lambda, \tag{58}$$

а уравнения (54) —

$$\det\frac{\partial\alpha^\mu}{\partial x^\nu} = 1. \tag{59}$$

Уравнение (58) в вакуумном случае, когда $j^\lambda = 0$, есть линейное волновое уравнение, если A^μ рассматривать как функции α^μ. Обращая соотношения

$$A^\mu = A^\mu(\alpha^\nu), \tag{60}$$

и подставляя их в (57), найдем уравнения для определения A^μ:

$$\alpha^\nu(A^\mu) = x^\mu + \varepsilon A^\mu. \tag{61}$$

Уравнения (58) и (59) могут быть записаны и через потенциалы A^μ и тогда совершенно очевидно становится максвелловский предел при $\varepsilon \to 0$:

$$\eta^{\mu\nu}\frac{\partial^2 A^\lambda}{\partial(x^\mu + \varepsilon A^\mu)\partial(x^\nu + \varepsilon A^\nu)} = -\frac{4\pi}{c}j^\lambda, \tag{62}$$

$$\det(\delta^\mu_\nu + \varepsilon\partial_\nu A^\mu) = 1. \tag{63}$$

Технически метод точной линеаризации намного проще, чем тетрадный метод, и на сегодня является самым эффективным методом построения точных решений нелинейных уравнений ЭСТП.

Создание тетрадного формализма и метода точной линеаризации позволило построить много частных решений ЭСТП. Некоторые из случаев, для которых решались уравнения поля ЭСТП, точно совпадали с теми, которые дает линейная электродинамика Максвелла. Таковы электроститические поля [11] $A^\mu = (\overrightarrow{0}, \phi(x^i))$, когда скалярный потенциал $\phi = \phi(x^i),\ i = 1, 2, 3$, подчиняется линейным уравнениям Пуассона

$$\Delta\phi = -4\pi\rho. \tag{64}$$

Такова плоская волна [13] с анзацем $A^\mu = A^\mu(k_\nu x^\nu)$, где k^ν — волновой вектор, который удовлетворяет дисперсионным соотношениям

$$k^\mu k_\mu = 0 \tag{65}$$

и условию поперечности волны

$$k^\mu A_\mu = 0. \tag{66}$$

Такова одномерная поперечная волна [17] с анзацем

$$A^\mu = (0,\, u(x,y),\, v(x,y),\, 0),$$

где перечные компоненты удовлетворяют линейным волновым уравнениям

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}, \tag{67}$$

$$v_{tt} = c^2 v_{xx}. \tag{68}$$

Однако, есть решения в которых присутствуют нелинейные эффекты. Это, например, прохождение одномерных волн через постоянные электрические [10, 15] и магнитные [10, 14] поля. Качественно эти эффекты сводятся к тому, что будет меняться групповая скорость волн. Причем она может становиться не только меньше скорости света в вакууме c, но и больше её. Уравнения для этих волн, однако, будут оставаться гиперболическими, а поскольку ЭСТП основана не на СТО, а на её обобщении, то говорить о противоречии с СТО не приходится. Электрические и магнитные поля будут менять не только скорость, но и поляризацию поперечных электромагнитных волн.

Если рассмотреть одномерную, но не поперечную волну с анзацем $A^\mu = (p(x,t), u(x,t), v(x,t), \phi(x,t))$ [16], то оказывается, что уравнения для скалярных ϕ и продольных волн p будут нелинейными, и ввиду переопределенности этих уравнений (3 уравнения для двух функций) они допускают только или запаздывающие $\phi = \phi(x-ct),\ p = p(x-ct)$ или опережающие $\phi = \phi(x+ct),\ p = p(x+ct)$ потенциалы, но не те и другие одновременно. Тем самым уже эти компоненты выделяют направление времени, т. е. позволяют построить электромагнитную стрелу времени. Коэффициенты линейных уравнений для поперечных компонент будут зависеть от p и ϕ, а значит скорость распространения физических поперечных компонент будет отлична от c. Существуют такие решение для p и ϕ, что для поперечных компонент u и v остается только одна половина светового конуса: верхняя, и тогда мы имеем только запаздывающие потенциалы, или нижняя, и тогда мы имеем только опережающие потенциалы. Но и в любом другом случае, когда существуют обе полы светового конуса, они не будут симметричными, а значит с помощью поперечных компонент, если $p \neq 0,\ \psi \neq 0$, можно построить стрелу времени.

Одномерная волна — это вырожденный случай. Реальная волна должна быть трехмерной. Простейший случай 3-мерной волны — это сферическая волна с анзацем

$$A^\mu = (p(x,t),\, u(x,t),\, v(x,t),\, \phi(x,t)). \tag{69}$$

Уравнения для p и ϕ не содержат u и v, но они настолько сложны, что решать их удается только для случая $p = 0$. Тогда скалярный потенциал будет статическим и кулоновым,

$$\phi = \frac{e}{r}, \tag{70}$$

а поперечные волны u и v будут описываться формулами

$$u = \frac{1}{r}\left[u_1(r + \frac{\varepsilon e}{r} + ct) + u_2(r - \frac{\varepsilon e}{r} - ct)\right], \tag{71}$$

$$v = \frac{1}{r}\left[v_1(r + \frac{\varepsilon e}{r} + ct) + v_2(r - \frac{\varepsilon e}{r} - ct)\right], \tag{72}$$

т. е. амплитуда этих волн будет убывать обратно пропорционально расстоянию, а, значит, эти волны могут уходить сколь угодно далеко. Скорость их будет отлична от c, но асимптотически, при больших r, она стремится к скорости света в вакууме.

Решение (70) не выдерживает инверсии времени $t \to -t$. Другими словами, сферическая волна не является T-инвариантной и позволит построить стрелу времени. Однако, если одновременно с T-преобразованием сделать C-преобразование — зарядовое сопряжение $e \to -e$, и считать, что $u_1 = u_2$ и $v_1 = v_2$, то решение (70) не изменится, а значит оно является CT-инвариантным. Вопрос о существовании продольно-скалярных фотонов, т. е. вопрос о существовании нестационарных решений для p и ϕ остается открытым. Я очень надеюсь, что, используя методы точной линеаризации, можно будет получить ответ на этот вопрос.

Нелинейные эффекты имеют место не только для нестационарных полей. Анализ потенциала $A^\mu = (\alpha^i_k x^k,\ \phi(x^i))$, описывающего заряды в однородном магнитном поле, тоже дает нелинейные эффекты. А именно, скалярный потенциал ϕ перестает быть кулоновским. Он теряет сферическую симметрию и приобретает цилиндрическую, т. е. симметрию однородного магнитного поля. Можно вычислить добавку к исходному заряду — полевой заряд. Он, конечно же, зависит от магнитного поля и, что самое интересное, оказывается дискретным. Эта тема ещё не получила завершения, но полученные предварительные результаты о дискретности электрического заряда являются очень любопытными.

С момента написания Г. А. Зайцевым уравнения биметрической теории электромагнетизма в 1979 г. прошло более 30 лет. В 1986 г. Георгий Александрович ушел от нас, но заложенные им основы нелинейной теории электромагнитных взаимодействий продолжают развиваться. Сейчас трудно сказать насколько окажется реализуемой программа развития

ЭСТП, кратко сформулированная выше. Но во чтобы ни вылились дальнейшие исследования, мы всегда будем помнить, что у истоков их стоял Георгий Александрович Зайцев.

Список использованной литературы

1. *Зайцев Г. А.* Применение действительных спиноров для описания электромагнитного поля // ЖЭТФ. – 1953. – Т. 29. – Вып. 2. – С. 166–175.

2. *Зайцев Г. А.* Описание электромагнитного поля при помощи матриц // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 28. – Вып. 5. – С. 524–529.

3. *Зайцев Г. А.* Неканонический переход от одного гамильтониана к другому // ЖЭТФ. – 1969. – Т. 56. – Вып. 1. – С. 185–199.

4. *Зайцев Г. А.* Уравнения Максвелла общего вида и группа внешних преобразований электромагнитных величин // Изв. ВУЗов. Физика. – 1969. – № 12. – С. 19–23.

5. *Зайцев Г. А.* Алгебраические проблемы математической и теоретической физики. – М.: Наука, 1974. – 192 с.

6. *Зайцев Г. А.* Об основных уравнениях теории гравитационного и электромагнитного поля. II. Биметрическая теория электромагнетизма. – Иваново: ИвГУ, 1982. – 15 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 3817-82..

7. *Зайцев Г. А., Зайцев А. А., Солунин А.М.* О геометрическом методе описания электромагнитного поля // Тезисы 5-ой Всесоюзной геометрической конференции. – Самарканд, 1972. – С. 72.

8. *Зайцев Г. А., Солунин А.М.* О некоторых свойствах внешнеинвариантных уравнений Максвелла и физическом смысле группы внешних преобразований. // Изв. ВУЗов. Физика. – 1969. – № 11 – С. 53–57.

9. Разработка алгебраических и групповых методов описания общих электромагнитных взаимодействий / Отчет по ХДР № 116 // Иваново: ИвГУ, 1980. – 244 с.

10. *Толстопятов А. А.* Электродинамика с симметричным тензором поля // Тр. юбилейной науч. конф., посвященной 10-летию Иванов. гос. ун-та. – Иваново: ИвГУ, 1984. – С. 127.

11. *Толстопятов А. А.* Электростатические поля в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 8 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 1270-85.

12. *Толстопятов А. А.* Об уравнениях движения заряженных частиц в слабых полях и об оценке параметра нелинейности в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 9 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 1271-85.

13. *Толстопятов А. А.* Плоская волна в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 10 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 1272-85. Деп.

14. *Толстопятов А. А.* Одномерая поперечная волна в постоянном магнитном поле в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 11 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 1273-85.

15. *Толстопятов А. А.* Одномерая поперечная волна в постоянном электрическом поле в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 14 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 1274-85.

16. *Толстопятов А. А.* Одномерая волна в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 43 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 2059-85.

17. *Толстопятов А. А.* Электродинамика с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 61 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 2060-85.

18. *Толстопятов А. А.* Квазимаксвеллловская форма полевых уравнений и законы сохранения заряда в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 15 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 5417-85.

19. *Толстопятов А. А.* Взаимодействие двух плоских волн в электродинамике с симметричным тензором поля. – Иваново: ИвГУ, 1985. – 22 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 5418-85.

20. *Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. – М.-Л.: Физматгиз, 1961. – 564 с.

21. *Фок В. А.* О движении конечных масс в общей теории относительности // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – М.: Мир, 1979. – С. 232–284.

22. Saizew G. A. Algebraische Probleme der mathematischen und theoretischen Phisik. – Berlin: Akademia Verlag, 1979. – 154 S.

А. А. Толстопятов, доцент кафедры теоретической физики, математического и компьютерного моделирования ИвГУ

Список основных печатных научных трудов (с краткими примечаниями) профессора Г. А. Зайцева[1].

1. Наглядное представление состояний частицы со спином 1/2 в нерелятивистской квантовой механике // ЖЭТФ. – 1953. – Т. 25. – Вып. 6. – С. 653–666. – (№ 1).
2. Действительные спиноры в четырермерном пространстве Минковского // Там же. – С. 667–674. – (№ 2).
3. Применение действительных спиноров для описания электромагнитного поля // Там же. – С. 675–678. – (№ 3).
4. Рец. на кн.: Моран "Геометрическая теория спиноров", Париж, 1973 (франц.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1974. – № 9. – С. 22–25. – (№ 171).

Примечание к $[1-4]$. Двухкомпонентный комплексный спинор согласно [1] может быть заменен на эквивалентный ему действительный спинор, после чего в [2] установлено, что в релятивистском случае компоненты действительного спинора можно рассматривать как параметры, определяющие четырехмерный антисимметричный тензор второго ранга с нулевыми инвариантами. Существенно новым в [2] является доказательство того, что при релятивистском обобщении нет необходимости удваивать число компонент у спинора. Отсюда в [3] впервые фактически доказано, что двухкомпонентное уравнение Вейля может быть использовано для описания не только нейтрино, но и электромагнитного поля, и что оно поэтому может быть сделано инвариантным по отношению к зеркальным отражениям. В [4] анализируется неявное допущение Э. Картана, отказ от которого приводит к обнаруженным в [1] и [2] важным пропущенным возможностям.

5. Тензоры, характеризуемые двумя действительными спинорами // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 29. – Вып. 2. – С. 166–175. – (№ 8).
6. К вопросу об истолковании уравнений Дирака для электрона // Там же. – С. 176–180. – (№ 9).
7. Действительные спиноры в криволинейных координатах и псевдоевклидовом пространстве // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 29. – Вып. 3. – С. 345–353. – (№ 10).
8. Алгебраические проблемы математической и теоретической физики. – М.: Наука, 1974. – 192 с. – (№ 173).

Примечание к $[5-8]$. Разработанный в [5] математический аппарат, позволяющий выражать спиноры через первичные тензоры, применяется

[1]В конце каждой работы в скобках указан ее порядковый номер из полного списка опубликованных научных работ Г. А. Зайцева (до 1975 г.).

в [6] для тензорной переформулировки уравнений Дирака, а в [7] – для записи уравнений в искривленном пространстве. Предложенный в [7] метод открывает пути перенесения любых спинорных уравнений в общую теорию относительности. Математические результаты статьи [5] позднее в [8, гл. 6, § 6] получили также неожиданно глубокие приложения для спинорной параметризации в теории кулоновского и ньютоновского взаимодействия.

9. К общей теории молекул с внутренним вращением. I // Оптика и спектроскопия. – 1956. – Т. 1. – Вып. 6. – С. 729–741. – (№ 11).

10. К общей теории молекул с внутренним вращением. II // Оптика и спектроскопия. – 1958. – Т. 4. – Вып. 3. – С. 309–313. – (№ 15).

Примечание к [9 – 10]. Построенная в [9, 10] теория, учитывающая одновременное наличие в молекулах колебаний, вращений и их связей, является обобщением разработанной другими авторами общей теории молекул без внутреннего вращения. Статьи кратко повторяют содержание первых двух глав кандидатской диссертации, защищенной в 1955 г.

11. Новый метод нахождения колебательных частей термодинамических функций // Доклады АН СССР. – 1954. – Т. 97. – № 5. – С. 817–819. – (№ 4).

Примечание к [11]. Выведена формула, выражающая квантовомеханическую колебательную статистическую сумму только через коэффициенты матрицы полного взаимодействия, что позволяет при вычислении колебательных термодинамических функций молекул не решать вековое уравнение. В дальнейшем, в работах других авторов и в нескольких диссертациях эта формула была использована также для принципиально нового подхода к основам (статистической) термодинамики твердых тел.

12. Релятивистки инвариантные уравнения для электрона, заменяющие систему уравнений Дирака // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 28. – Вып. 5. – С. 530–540. – (№ 7).

13. К вопросу об основном релятивистки инвариантном уравнении для частицы со спином 1/2 // Доклады АН СССР. – 1957. – Т. 113. – № 6. – С. 1248–1250. – (№ 12).

14. Сдвиг уровней энергии частицы со спином 1/2 в кулоновском поле // Доклады АН СССР. – 1957. – Т. 114. – № 1. – С. 61–63. – (№ 13).

Примечание к [12 – 14]. С помощью идей [1–4] в статье [12] разработан существенно новый способ релятивистского обобщения двухкомпонентного уравнения Паули, приводящий к двухкомпонентному релятивисткому уравнению для электрона; в 1958 г. это же двухкомпонентное уравнение автора было независимо введено также Фейнманом и Гел-Маном в связи с универсальной теорией слабых взаимодействий. В [13] установлена связь между двухкомпонентным уравнением Дирака, а также показано, что из первичности первого следует, что волновая функция в уравнении Дирака должна преобразовываться не вполне обычно (а именно, согласно более поздней терминологии, по закону комбинированной инверсии). В [13] и [14] показано, что уравнение автора дает возможность по-новому подойти к релятивистским уравнениям для частиц с аномальным магнитным моментом.

15. Связь усовершенствованного группового варианта двухкомпонентной теории с проблемой несохранения четности и с универсальной теорией слабых взаимодействий // Труды Иванов. хим.-технол. ин-та. Юбилейный выпуск. – 1968. – С. 30–36. – (№ 89).

16. Рец. на кн.: Беккер "Теории электричества. Т. 2. Введение в квантовую теорию атома и теорию излучения", 1959 (нем.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1961. – № 3. – С. 43–46. – (№ 38).

Примечание к [15 – 16, 8]. В [15] сжато формулируются основные результаты и теоремы двухкомпонентной теории автора [12–14] и показано, что она позволяет по-новому объяснить и предсказать опыты с несохранением четности и что из нее следует универсальная теория слабых взаимодействий. В [16], исходя из двухкомпонентной теории, обращается внимание на желательность постановки новых опытов по изучению поляризации отдельных спектральных линий тонкой структуры. В [8, гл. 5, § 5] приведены строгие доказательства, в частности, показывающие, как из первичности двухкомпонентного уравнения автора однозначно выводится закон комбинированной инверсии.

17. Рец. на кн.: Майер, Бауэр "Теория групп и ее применение в квантовой механике", 1962 (англ.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1963. – № 8. – С. 11–13. – (№ 53).

18. Рец. на кн.: Грин "Квантовая механика в алгебраическом изложении", 1966 (нем.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1968. – № 10. – С. 63–65. – (№ 90).

19. Рец. на кн.: Миллер "Группы симметрий и их применения", 1972 (англ.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1974. – № 8. – С. 24–27. – (№ 170).

20. Конформно-инвариантная теория момента количества движения // Оптика и спектроскопия. – 1970. – Т. 28. – Вып. 4. – С. 802–804. – (Совм. с Е. В. Морозовым). – (№ 116).

21. О групповой теории факторизуемых дифференциальных уравнений // Тезисы докл. по алгебре, мат. логике и выч. матем. конф. центр. зоны РСФСР. – Иваново, 1970. – С. 167–169. – (Совм. с Е. В. Морозовым и А. А. Зайцевым). – (№ 124).

22. Обобщенный метод факторизации и возникновение факторизуемых уравнений // Труды Иванов. хим.-технол. ин-та. – 1971. – Вып. 12. – С. 63–68. – (Совм. с Е. В. Морозовым и А. А. Зайцевым). – (№ 130).

Примечание к [17 – 22]. В [17] формулируется проблема о "такой перестройке квантовой механики, когда инвариантно-групповые результаты уже не рассматриваются как вторичные понятия, связанные с математическим изучением свойств симметрии уравнения Шредингера, а выдвигаются на первый план в качестве основных постулатов". В [19] отмечена нетривиальность подобного рода идеи. Метод факторизации может быть связан с теоретико-групповыми методами (это замечание из [16] предвосхитило результат американского математика Миллера), с учетом этого в [18] высказана идея обобщения метода факторизации, а в [20–22] получены отдельные конкретные результаты в этом направлении.

23. Описание электромагнитного поля при помощи матриц // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 28. – Вып. 5. – С. 524–529. – (№ 6).

24. Обобщенная инвариантность уравнений Максвелла, связанная с расширением общей группы Лоренца // Третья Всесоюзная геометрическая конференция. Тезисы. – Казань, 1967. – С. 59. – (№ 77).

25. О применении теории расслоенных пространств для нахождения классов решений общих уравнений Максвелла // Там же. – С. 58. – (№ 78).

26. Уравнения Максвелла общего вида и группа внешних преобразований электромагнитных величин // Известия вузов. Физика. – 1969. – № 12. – С. 19–23. – (№ 108).

27. О некоторых свойствах внешне-инвариантных уравнений Максвелла и физическом смысле группы внешних преобразований // Известия вузов. Физика. – 1969. – № 11. – С. 53–57. – (Совм. с А. М. Солуниным). – (№ 109).

28. Об электродинамических применениях теории расслоенных пространств // Четвертая Всесоюзная конференция по геометрии. Тезисы. – Тбилиси, 1969. – С. 78–79. – (Совм. с И. И. Конышевым). – (№ 106).

29. О применении алгебры действительных спиноров для нахождения релятивистски-инвариантных решений уравнений Максвелла // Там же. – С. 79–80. – (Совм. с А. М. Солуниным). – (№ 107).

30. Кватернионный потенциал и группа внешних преобразований в гидродинамике // Тезисы докл. по алгебре, мат. логике и выч. матем. конф. центр. зоны РСФСР. – Иваново, 1970. – С. 148–160. – (Совм. с А. Д. Кудриным). – (№ 123).

31. В вопросу о внешней инвариантности уравнений Максвелла в пространстве со средой // Некоторые диф. уравнения матем. физики и теории колебаний. – Иваново, 1970. – С. 91–97. – (Совм. с А. М. Солуниным). – (№ 126).

32. Алгебраические расслоения в электродинамике // Тезисы пятой всесоюзной геометрической конференции. – Самарканд, 1972. – С. 71. – (Совм. с И. И. Конышевым). – (№ 151).

33. О внешне-инвариантных уравнениях электромагнитного поля. Препринт ИТФ 72-35Р. – Киев, 1972. – 22 с. – (Совм. с А. М. Солуниным). – (№ 154).

34. Об алгебраическом методе решения уравнений Максвелла // Известия вузов. Физика. – 1972. – № 6. – С. 14–18. – (Совм. с А. М. Солуниным). – (№ 155).

Примечание к [23 – 34]. В данной серии исследований разработан алгебраический подход к классической электродинамике. Алгебраическая запись уравнений электродинамики, предложенная в [23], позволила в [24] и [26] обнаружить не замечавшуюся раньше инвариантность электромагнитной теории относительно преобразований из новой группы, названной автором группой внешних преобразований электромагнитных величин. В [27, 33] изучен физический смысл группы внешних преобразований при наличии электрических и магнитных зарядов. В [31] показано, что если при описании электромагнитных свойств среды связанные электрические заряды и токи эквивалентным образом заменить на ненаблюдаемые фиктивные магнитные заряды и токи, то внешним преобразованиям можно приписать новый физический смысл. Алгебраический подход позволил в [25, 28, 32] наметить пути получения бесконечно-параметрических классов уравнений Максвелла, причем соответствующие результаты, согласно [30], можно в частном случае использовать также в гидродинамике. Наконец в [29] и [34] с помощью данного алгебраического аппарата дается релятивистское и алгебраическое обобщение теории конформных преобразований, связанное с использованием новой (третьей) физической интерпретации группы внешних преобразований.

35. Рец. на кн.: Кастлер "Введение в квантовую электродинамику", 1961 (франц.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1962. – № 12. – С. 39–44. – (№ 45).

36. Основные формулы для многомерного действительного спинора и алгебраическая модель квантованных волновых полей // Доклады АН СССР. – 1964. – Т. 156. –

№ 2. – С. 294–297. – (№ 55).

37. Представление классических простых алгебр Ли с помощью ассоциативной алгебры квантованного фермионного поля // Гравитация и теория относительности. Вып. 4-5. – Казань, 1968. – С. 157–163. – (№ 93).

38. Многомерные спиноры как параметры первичных тензоров и алгебраическая модель квантованных полей // Тезисы пятой всесоюзной геометрической конференции. – Самарканд, 1972. – С. 70. – (№ 153).

Примечание к [35 – 38]. Работы данной серии связаны со сформулированной в проблемной рецензии [35] программой алгебраизациии квантовой электродинамики и квантовой теории волновых полей. В [36] и [38] намечены основы такой алгебраизированной теории волновых полей, когда фундаментальная группа считается произвольной, а математической основой физической теории служит аппарат теории абстрактных ассоциативных колец и алгебр.

39. О геометрическом методе описания электромагнитного поля // Тезисы пятой всесоюзной геометрической конференции. – Самарканд, 1972. – С. 72. – (Совм. с А. А. Зайцевым и А. М. Солуниным). – (№ 152).

Примечание к [39]. Предложен новый подход к электродинамике, позволяющий автоматически учесть отсутствие в природе магнитных зарядов, и связанный с описанием электромагнитного поля при помощи не антисимметричного, а симметричного тензора. Если тензор кривизны, полученный из симметричного тензора, равен нулю, то последний, согласно [39], выражается через векторный потенциал, уравнения для которого в первом приближении совпадают с обычными уравнениями Максвелла.

40. О связи теории относительности с теорией групп (дополнение переводчика) // В кн.: М. Тоннела "Основы электромагнетизма и теории относительности". Перевод с франц. Г. А. Зайцева. М.: ИЛ, 1962. – С. 445–475. – (№ 47).

41. Проблема инвариантно-группового изучения множеств предельных геометрий и специальные подалгебры Ли // Тезисы первой всесоюзной геометрической конференции. – Киев, 1962. – (№ 48).

42. Применение обобщенных действительных спиноров в связи с программой инвариантно-группового изучения физических и геометрических теорий // Тезисы второй всесоюзной геометрической конференции. – Харьков, 1964. – (№ 63).

43. Обобщение программы Клейна и предельные геометрические и физические теории // Сб. научно-исследовательских работ ИвТИ. – 1972. – № 9. – С. 25–26. – (№ 141).

Примечание к [40 – 43]. В [40] проводится последовательная чисто групповая переформулировка специальной теории относительности, а также усовершенствование вычислительного аппарата теории групп Ли. В [41–43] осуществляется обобщение и развитие результатов [40], а также строится математический аппарат, связанный с инвариантно-групповым изучением множеств предельных геометрий и с физико-геометрическим обобщением программы Клейна.

44. Рец. на кн.: М. Тоннела "Единая теория электромагнетизма и гравитации", 1965 (франц.) // Новые книги за рубежом. Сер. А. – 1966. – № 7. – С. 60–63. – (№ 72).

45. Рец. на кн.: Ю. Нееман "Алгебраическая теория физики частиц", 1967 (англ.) // Там же. – 1968. – № 2. – С. 66–69. – (№ 84).

46. Рец. на кн.: О. Никодим "Математический аппарат для квантовых теорий", 1966 (англ.) // Там же. – 1968. – № 6. – С. 52–54. – (№ 87).

47. Рец. на кн.: "Теория групп и ее применения" / под ред. Е. Лебла, 1968 (англ.) // Там же. – 1969. – № 12. – С. 46–49. – (№ 105).

48. Рец. на кн.: Кахан "Теория групп и ее применения в классической и квантовой физике. Т. 1. Математические структуры и основы квантовых теорий", 1960 (франц.) // Там же. – 1961. – № 10. – С. 37–41. – (№ 39).

49. Рец. на кн.: Кахан "Теория групп и ее применения в классической и квантовой физике. Т. 2. Применения в классической физике", 1971 (франц.) // Там же. – 1973. – № 3. – С. 60–65. – (№ 156).

50. Рец. на кн.: Кахан "Теория групп и ее применения в классической и квантовой физике. Т. 3. Применения в квантовой физике", 1972 (франц.) // Там же. – 1973. – № 4. – С. 50–52. – (№ 157).

51. Рец. на кн.: Луи де Бройль и Андра де Силва "Переосмысливание волновой механики. 1", 1971 (франц.) // Там же. – 1973. – № 5. – С. 53–55. – (№ 158).

52. Рец. на кн.: Тредер "Относительность инерциальных эффектов", 1972 (нем.) // Там же. – 1973. – № 5. – С. 55–58. – (№ 159).

53. Рец. на кн.: "Вопросы квантовой теории", 1972 (англ.) // Там же. – 1973. – № 7. – С. 57–61. – (№ 161).

54. Рец. на кн.: Эмх "Алгебраические методы в статистической механике и квантовой теории поля", 1972 (англ.) // Там же. – 1973. – № 12. – С. 38–41. – (№ 166).

Примечание к [44−54]. В перечисленных рецензиях формулируется ряд фундаментальных проблем современной физики и излагаются оригинальные идеи о перспективных путях развития основных физических теорий. В частности, в программной рецензии [45] сформулирована главная проблема математической физики, а в [47, 49, 50, 53, 54] изложены основные общие идеи алгебраической физики. Здесь (впервые в литературе) разделам физики, в которых основную роль играют алгебраические понятия и алгебраические методы, дано название "алгебраическая физика".

55. Абстрактные схемы физики и теория физических теорий. I // Философия и физика. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1972. – С. 5–19. – (№ 150).

56. Абстрактные схемы физики и теория физических теорий. II // Философия и физика. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1974. – С. 35–49. – (№ 167).

57. Общие основы физики (конспект лекций). Ч. 1. – Иваново: ИвТИ, 1975. – (№ 175).

Примечание к [55 − 57]. В [55, 56] изложены общие основы теории физических теорий. Общая схема опирается на использование групповых и алгебраических понятий и включает все главные физические теории. Выделение общих частей у различных физических теорий и идея единства физических теорий используется в [57] для методически нового изложения общих основ физики.

58. Неканонический переход от одного гамильтониана к другому // ЖЭТФ. – 1969. – Т. 56. – Вып. 1. – С. 186–193. – (№ 92).

59. Алгебры наблюдаемых и их изучение с помощью теории структуроидов // Тезисы докл. по алгебре, мат. логике и выч. матем. конф. центр. зоны РСФСР. – Иваново, 1970. – С. 145–147. – (№ 122).

60. О полупростоте алгебр бесконечного ранга с числовыми значениями, применяемых для квантово-механического описания физических систем // Труды Иванов. хим.-технол. ин-та. – 1972. – Вып. 13. – С. 123–126. – (Совм. с О. В. Пшеничниковым). – (№ 143).

61. Алгебры наблюдаемых в классической и квантовой механике и постулат о конечном числе образующих // Сб. научно-исследовательских работ ИвТИ. – 1972. – № 9. – С. 26–27. – (№ 142).

Примечание к [58 – 61, 8]. В [58–61] разрабатываются отдельные детали математического аппарата алгебраической физики. В монографии [8] в сжатой форме рассмотрены многие основные понятия, математические идеи, методы и некоторые результаты алгебраической физики, поэтому [8] может служить введением в эту новую область науки.

Книги, переведенные Г. А. Зайцевым

1. *Тоннелла М. А.* Основы электромагнетизма и теории относительности. – М.: ИЛ, 1962. – 488 с.

2. *Шифф Л.* Квантовая механика. – М.: ИЛ, 1959. – 476 с.

Книги, которые редактировал Г.А.Зайцев

1. *Эмх Ж.* Алгебраические методы в статистической и квантовой теории поля. – М.: Мир, 1976. – 424 с.

2. *Л. де Бройль.* Соотношение неопределенностей Гейзенберга и вероятностная интерпретация волновой механики (с критическими замечаниями автора). – М.: Мир, 1986. – 344 с.

Литература о Г. А. Зайцеве

1. *Кокин А.* Судьба Георгия Зайцева, перестроенная им самим // Юность. – 1972. – № 8. – С. 96–100.

2. *Толстопятов А.А.* Зайцев Георгий Александрович. К 75-летию со дня рождения // Вестник ИвГУ. – 2004. – Вып. 3. – С. 162–165.

3. *Шубина Л.* Наука жить // Наша Родина — Иваново-Вознесенск. – 2006. – № 3. – С. 58–61.