Математика и ее приложения : ЖИМО. 2012. Вып. 1 (9). С. 87–90

УДК 512.54

А. А. Толстопятов, С. И. Хашин[1]

Допустимые числа булевых переменных кодирующего уравнения и порождающих булевых полиномов

Ключевые слова: разбиение файла, порождающие булевы полиномы.

Получено неравенство, связывающее длину файла N_Φ, число булевых переменных, от которых зависят полиномы, кодирующие поля принадлежностей, число булевых переменных и полиномов в системе порождающих P. Для фиксированных I, P и n получено ограничение снизу на N_Φ – длину файла в битах такое, чтобы коэффициент сжатия был больше 1.

Key words: boolean compress, boolean polynoms.

Received inequality, linking the length of the file N_Φ, the number of Boolean variables, polynomials, coding the field of accessories, the number of Boolean variables and polynomials in the system of generators of P. For fixed I, P and n are obtained the inequality on N_Φ such that the compression ratio was greater than 1.

Алгоритм булева сжатия файлов, рассмотренный в [1,2], требует разбиения исходного файла длиной N_Φ бит на кортежи фиксированной длины n и последующего объединения некоторых последовательных кортежей в буферы уже переменной длины. Обозначим через L количество буферов и через m_l, $l = 1, \ldots, L$ число кортежей в l-м буфере.

Кроме того, рассматриваемый алгоритм кодирования (см.[2]) требует задания еще двух параметров:

- I – число переменных в кодирующем полиноме $F(e_1, \ldots, e_I)$,
- P – число булевых полиномов в системе порождающих.

Выбор n ограничен значениями $n = 8, 16$, так как при выборе n, не кратного 8, в каждый кортеж будут попадать биты из разных

[1]Ивановский государственный университет; E-mail: khash2@mail.ru. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-07-00350a)

байтов, при этом существующие зависимости между байтами пропадут и нет оснований ожидать, что появятся новые. При выборе $n \geq 24$ требуемое количество вычислительных ресурсов становится чересчур большим. В настоящей статье мы ограничиваемся случаем $n = 8$.

Параметры, описывающие работу алгоритма, не могут быть произвольными. Например, так как в качестве системы порождающих полиномов φ_p всегда можно взять сами переменные x_i, то их количество P не должно превосходить n: $P \leq n$. Кроме того, в работах [2,3] приведено еще несколько соотношений, которым должны удовлетворять параметры. Соотношения найдены из требования, чтобы коэффициент сжатия был больше 1:

$$P < L \ , \tag{1}$$

$$I < \frac{2^n}{\log_2 P} \frac{(L-P)}{L} \ , \tag{2}$$

$$I < n + \log_2 P \ . \tag{3}$$

$$\frac{N_\Phi}{n \cdot 2^n} < L \ . \tag{4}$$

Неравенство (2) оказывается в рассматриваемых случаях слабее, чем (3), и в дальнейшем его можно не рассматривать.

Еще одно соотношение ограничивает число буферов L как снизу, так и сверху:

$$\frac{2^{I-n} + P}{n^2 - (I + I \cdot 2^{-n} \log_2 P)n + \log_2 n} < L < \frac{N_\Phi 2^{-n} - I 2^{-n} \log_2 P - P}{(1 + I 2^{-n} \log_2 P)n - \log_2 n} \tag{5}$$

Убрав из этого неравенства L получим:

$$\frac{2^{I-n} + P}{n^2 - I(1 + 2^{-n} \log_2 P)n + \log_2 n} \ < \ \frac{N_\Phi - I \log_2 P - 2^n P}{(2^n + I \log_2 P)n - 2^n \log_2 n} \tag{6}$$

или

$$\frac{(2^{I-n} + P)((2^n + I \log_2 P)n - 2^n \log_2 n)}{n^2 - I(1 + 2^{-n} \log_2 P)n + \log_2 n} \ < \ N_\Phi - I \log_2 P - 2^n P. \tag{7}$$

Перепишем неравенство в виде ограничения на N_Φ:

$$N_\Phi \ > \ \frac{(2^{I-n} + P)((2^n + I \log_2 P)n - 2^n \log_2 n)}{n^2 - I(1 + 2^{-n} \log_2 P)n + \log_2 n} + I \log_2 P + 2^n P \tag{8}$$

Так как в нашем случае $n = 8$, получим:

$$N_\Phi \; > \; \frac{(2^I + 256P)(8 + I/32\log_2 P - 3)}{64 - 8I(1 + 2^{-8}\log_2 P) + 3} + I\log_2 P + 256P. \qquad (9)$$

В результате будем иметь следующее ограничение снизу на длину файла в битах N_Φ при различных значениях I и P:

Таблица 1. Ограничение на N_Φ из неравенства (9)

I	$P=1$	$P=2$	$P=3$	$P=4$	$P=5$	$P=6$	$P=7$	$P=8$
1	276	551	826	1101	1377	1652	1928	2204
2	277	551	826	1102	1378	1654	1930	2206
3	277	551	826	1102	1379	1655	1932	2209
4	278	551	827	1103	1380	1657	1935	2213
5	280	553	828	1105	1382	1660	1939	2217
6	283	556	831	1108	1386	1665	1944	2223
7	289	561	837	1115	1394	1673	1953	2233
8	300	573	850	1128	1407	1688	1968	2249

Другое ограничение на N_Φ получается, если (5) объединить с неравенством (1):

$$P + 1 \leq L < \frac{N_\Phi - I\log_2 P - 2^n P}{(2^n + I\log_2 P)n - 2^n \log_2 n}. \qquad (10)$$

Здесь граница для N_Φ при различных значениях I и P будет такова:

Таблица 2. Ограничение на N_Φ из неравенства (10

I	$P=1$	$P=2$	$P=3$	$P=4$	$P=5$	$P=6$	$P=7$	$P=8$
1	2817	4376	5938	7503	9070	10639	12209	13782
2	2817	4399	5987	7581	9179	10781	12386	13995
3	2817	4422	6036	7659	9288	10923	12563	14208
4	2817	4445	6085	7737	9397	11065	12740	14421
5	2817	4468	6134	7815	9506	11207	12917	14634
6	2817	4491	6183	7893	9615	11350	13094	14847
7	2817	4514	6232	7971	9724	11492	13271	15060
8	2817	4537	6282	8049	9834	11634	13447	15273

Полученные значения и следует признать нижней границей для N_Φ при различных I, P.

Список литературы

1. *Толстопятов А. А.* О возможности использования булевых уравнений для сжатия файлов // Вестн. Иван. гос. ун-та. 2003. Вып 3. С. 82–84.
2. *Толстопятов А. А.* Алгоритм разбиения файла на буферы при булевом сжатии // Математика и ее приложения : журн. Иван. мат. о-ва. 2008. Вып. 1(5). С. 77–88.
3. *Толстопятов А. А.* Построение кодирующего уравнения при булевом сжатии файлов // Математика и ее приложения : журн. Иван. мат. о-ва. 2010. Вып. 1(7). С. 69–83.

Поступила в редакцию 26.11.2012.