Вестник Ивановского государственного университета

Серия «Биология, Химия, Физика, Математика»

Вып. 3 / 2007 С. 80 – 83

А. Е. Кручинин, С. И. Хашин

СЕГМЕНТАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПУТЕМ ВЫДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ГРАНИЦ

Предлагается алгоритм построения границ на изображении в виде непрерывных линий, что позволяет сразу получить некоторую сегментацию исходного изображения.

The algorithm building borders on the image in the form of continuous lines that allows to construct some segmentation of the initial image at once is offered.

УДК 519.68.

Сегментацией изображения называется его разбиение на однородные области (сегменты) по некоторому признаку. Один из способов сегментации основан на построении границ (или ребер) на изображении методами дифференцирования по направлению [2, 3]. Построенные границы в дальнейшем должны служить реальными границами между сегментами. Однако данные границы обычно не образуют непрерывных линий и, следовательно, не позволяют разбить изображение на отдельные сегменты (см., напр., [1]).

Для решения этой проблемы предлагается следующий подход. Границы на изображении будем искать не в виде цепочки пикселов, как обычно, а в виде непрерывных линий на плоскости. В реальности построенные таким методом границы разбивают плоскость на чересчур большое количество областей. Поэтому при практической реализации, предлагаемый подход следует дополнить еще двумя шагами:

1) сглаживание исходного изображения,
2) объединение построенных сегментов в более крупные.

Если $f(x, y)$ — функция яркости изображения, то ее градиент — это вектор с координатами

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right). \tag{1}$$

Квадрат длины градиента

$$S = \|\nabla f\|^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2. \tag{2}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07–07–00178).

Точку назовем граничной, если производная S по направлению градиента функции f равна 0:

$$(\nabla S, \nabla f) = 0. \tag{3}$$

Градиент функции S равен

$$\nabla S = 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y},\ \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} + \frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right). \tag{4}$$

Таким образом, точку будем называть граничной, если $R = (\nabla S, \nabla f) = 0$:

$$\frac{1}{2}R = \frac{1}{2}(\nabla S, \nabla f) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0. \tag{5}$$

Если функция $f(x, y)$ дважды непрерывно дифференцируема, то уравнение $R(x, y) = 0$ задает на плоскости непрерывную кривую, овалы которой можно использовать в качестве основы для сегментации изображения.

В случае табличного задания функции $f(x, y)$ для использования формулы (5) надо построить дважды непрерывно дифференцируемую интерполяционную функцию.

Сплайн-интерполяцию, которая этому условию удовлетворяет, не удобно использовать при решении поставленной задачи, т. к. сплайны не локальны. Это означает, что при изменении значения функции в одной точке происходит изменение всей интерполяционной формулы, следовательно, изменяется и все уравнение границы.

Для функции $f(x, y)$ интерполирующую функцию часто ищут в виде

$$f(x, y) \approx \sum_{i,j\in Z} f(i, j)K(x - i)K(y - j), \tag{6}$$

где $K(x)\cdot K(y)$ есть ядро интерполяции [4].

Для получения функции $f(x, y)$ класса C^2 требуется принадлежность ядра интерполяции также классу C^2. Если ядро выбирать как кусочно-полиномиальную функцию, то на нее накладывают дополнительные условия гладкой склейки, в результате чего минимально возможная степень многочленов, составляющих ядро интерполяции, оказывается равной четырем. Получаемая сегментация чересчур сложна и чувствительна к малейшим изменениям значений функции. Например, для изображения, состоящего из одной-единственной черной точки на белом фоне, границы, построенные таким образом, имеют довольно сложный вид. Для реальных же изображений количество получаемых овалов оказывается чересчур велико для практических применений.

Однако вместо того, чтобы искать интерполяционный многочлен класса C^2, можно построить отдельные непрерывные интерполяционные формулы для производных функции $f(x, y)$ первого и второго порядка. Для этого определим приближенные значения частных производных в целочисленных точках (x, y) по простейшим формулам

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial x} &\approx \frac{f(x+1,y)-f(x-1,y)}{2},\\
\frac{\partial f}{\partial y} &\approx \frac{f(x,y+1)-f(x,y-1)}{2},\\
\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &\approx \frac{f(x+1,y)-2f(x,y)+f(x-1,y)}{2},\\
\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} &\approx \frac{f(x+1,y+1)-f(x+1,y-1)-f(x-1,y+1)+f(x-1,y-1)}{4},\\
\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &\approx \frac{f(x,y+1)-2f(x,y)+f(x,y-1)}{2}
\end{aligned}$$

и распространим их на произвольные значения (x, y) путем билинейной интерполяции. Полученные этим путем функции будут непрерывными приближениями для соответствующих частных производных. Поэтому функция $R(x, y)$ из формулы (5), построенная с помощью таких приближений, и сама будет непрерывна.

Предложенный способ построения граничных линий на изображении гораздо более естественен и устойчив. Например, в приведенном выше примере (черная точка на белом фоне) линия границы будет состоять из одного-единственного овала. Такой рисунок полностью соответствует нашим интуитивным представлениям о линии границы.

Библиографический список

1. *Коневский О. Л.* Адаптивная морфологическая обработка бинарных контуров // Исследовано в России: Электр. журн. http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2001/149. p1722.
2. *Gerald F. E.* Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide. San Diego: Academic Press, 1997. 512 p.
3. *Kimme C., Ballard D., Skelansky J.* Finding circles by an array of accumulators // Commun. ACM. 1975. Vol. 18. № 2. P. 120—122.
4. *Zana F., Klein J.-C.* Segmentation of Vessel-like patterns using mathematical morphology and curvature evaluation // IEEE transactions on image processing. 2001. Vol 10, № 7. P. 1010—1019.