

АДАПТИВНЫЙ МЕТОД УДВОЕНИЯ РАЗМЕРА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Предложена адаптивная линейная интерполяционная формула для удвоения размера изображений. Проведен сравнительный анализ данного метода с линейной интерполяцией.

Ключевые слова: адаптивная интерполяция, линейная интерполяция, градиент, среднеквадратичное отклонение.

The adaptive linear interpolation formula for image upscaling was proposed. Also was produced the comparative analysis for proposed method with linear interpolation.

Key words: adaptive interpolation, linear interpolation, gradient, mean square error.

Введение

На сегодняшний день существует множество методов масштабирования изображений. Широко известны классические алгоритмы, такие как метод ближайшего соседа, линейная и кубическая интерполяции. Данные подходы достаточно эффективны с точки зрения быстродействия и простоты, но имеют ряд недостатков (эффект Гиббса, алиасинг, размытие), проявляющихся в визуальном качестве при увеличении изображений (в большей мере на границах). Эти недостатки принято называть артефактами.

Все интерполяционные алгоритмы можно разбить на две категории — адаптивные и неадаптивные. Цель адаптивных методов состоит в более точной аппроксимации на границах, что ведет к редуцированию артефактов.

В работе предложена адаптивная интерполяционная формула для увеличения размера изображения вдвое. Метод представляет собой обобщение идей линейной интерполяции и интерполяции вдоль прямой, ортогональной направлению градиента [2, 3]. Был проведен сравнительный анализ точности аппроксимации предложенного алгоритма с линейной интерполяцией.

Алгоритм удвоения размера изображения включает в себя следующие шаги:

- 1) инициализация четных точек значениями исходного изображения;
- 2) вычисление значений в нечетных точках;
- 3) вычисление значений в нечетно-четных и четно-нечетных точках.

Нами рассматривается вычисление значений только в нечетных точках и предполагается, что первый шаг выполнен.

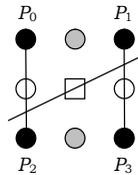
1. Формула адаптивной линейной интерполяции

Пусть p_0, p_1, p_2 и p_3 — известные значения интенсивностей в четных точках. Тогда аппроксимацией градиента будем называть вектор

$$(G_x, G_y) = (p_0 - p_1 + p_2 - p_3, p_0 + p_1 - p_2 - p_3), \quad (1)$$

где G_x и G_y — аппроксимации производных по направлению x и y соответственно.

Положим координаты искомой точки g (на рисунке обозначена квадратом) в начало координат. Относительно g точки p_0, p_1, p_2 и p_3 (черные круги на рисунке) имеют координаты: $(-1, 1), (1, 1), (-1, -1)$ и $(1, -1)$.



Обозначим две пары отрезков, построенных по данным точкам, таким образом:

$$u = (p_0, p_1), \quad d = (p_2, p_3), \quad l = (p_0, p_2), \quad r = (p_1, p_3).$$

Для интерполяции значений на отрезках будем использовать следующие формулы (линейная интерполяция):

$$\begin{aligned} f_u(x) &= \frac{(p_1 - p_0) \cdot x + p_1 + p_0}{2}, \\ f_d(x) &= \frac{(p_3 - p_2) \cdot x + p_3 + p_2}{2}, \\ f_l(x) &= \frac{(p_0 - p_2) \cdot x + p_0 + p_2}{2}, \\ f_r(x) &= \frac{(p_1 - p_3) \cdot x + p_1 + p_3}{2}. \end{aligned}$$

Пусть L — прямая, ортогональная вектору (1) и проходящая через начало координат. Тогда интерполяцию g будем проводить по одной из двух пар отрезков (u и d либо l и r), пересекаемых прямой L . Для рассматриваемых случаев (пересечений прямой с отрезками) получим пару формул:

$$g_0 = \frac{f_d(-\frac{G_x}{G_y}) + f_u(\frac{G_x}{G_y})}{2}, \quad (2)$$

$$g_1 = \frac{f_l(-\frac{G_y}{G_x}) + f_r(\frac{G_y}{G_x})}{2}. \quad (3)$$

Подставив G_x и G_y в (2) и (3), получим:

$$\begin{aligned} g_0 &= \frac{p_0 \cdot p_1 - p_2 \cdot p_3}{G_y}, \\ g_1 &= \frac{p_0 \cdot p_2 - p_1 \cdot p_3}{G_x}. \end{aligned}$$

Если $G_x = G_y = 0$, то формулы являются неопределенными. В таких случаях аппроксимация g будет вычисляться как среднеарифметическое

значений p_0, p_1, p_2 и p_3 . Таким образом, формула адаптивной линейной интерполяции будет иметь вид:

$$g(p_0, p_1, p_2, p_3) = \begin{cases} \frac{p_0 \cdot p_1 - p_2 \cdot p_3}{p_0 + p_1 - p_2 - p_3}, & \text{если } |G_y| > |G_x| \text{ и } G_y \neq 0, \\ \frac{p_0 \cdot p_2 - p_1 \cdot p_3}{p_0 + p_2 - p_1 - p_3}, & \text{если } |G_x| > |G_y| \text{ и } G_x \neq 0, \\ \frac{p_0 + p_1 + p_2 + p_3}{4} & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (4)$$

2. Качество интерполяции

Пусть F — изображение (тройка матриц целых чисел) размера $m \times n$, тогда алгоритм оценки качества предложенного метода включает в себя следующие шаги:

1) посредством прореживания F получим уменьшенное вдвое изображение R ;

2) увеличив в два раза размер R , получим изображение \hat{F} , которое является аппроксимацией F ;

3) вычислим оценку качества интерполяции в нечетных точках (среднеквадратичное отклонение):

$$Q(F, \hat{F}) = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=0}^{n/2} \sum_{j=0}^{m/2} (F(2i + 1, 2j + 1) - \hat{F}(2i + 1, 2j + 1))^2}. \quad (5)$$

3. Результаты

Для оценки качества предложенной формулы использовался набор из 13 стандартных фотореалистичных изображений [1].

Значения (5) представлены в таблице.

Изображение	L	A	L + G	A + G
Airplane	8.766	8.718	4.277	4.196
Car	12.020	12.154	5.460	5.534
Couple	8.975	8.889	4.060	3.984
Girl	8.711	8.583	3.936	3.830
House	10.842	10.636	4.206	3.951
Lake	13.488	13.670	5.403	5.484
Lena	7.902	7.623	3.588	3.286
Mandrill	24.023	24.606	8.394	8.435
Peppers	8.591	8.421	3.466	3.261
Splash	6.173	5.942	2.705	2.487
Tiffany	8.429	8.371	3.085	2.938
Tree	14.737	14.446	6.862	6.569
Woman	7.409	7.255	3.329	3.230
Среднее	10.774	10.717	4.521	4.399

В приведенной таблице L — качество линейной интерполяции, A — качество предложенной адаптивной интерполяции (4), $L + G$ и $A + G$ — качество линейной и адаптивной интерполяций для изображений, сглаженных фильтром Гаусса (с размером ядра 3×3).

Так как на изображениях присутствует неаппроксимируемый шум (например, импульсный), предварительная фильтрация исходных изображений при оценке качества интерполяционной формулы имеет смысл.

В среднем (для нечетных точек) предложенная формула (4) дает более точную аппроксимацию, чем билинейная интерполяция при одинаковом числе интерполяционных узлов.

Используя аналогичный подход, для конфигурации точек, состоящей из 16 узлов, можно получить обобщение алгоритмов [2, 3].

Библиографический список

1. Набор тестовых изображений. URL: http://math.ivanovo.ac.ru/dalgebra/Khashin/bmp_ex/index.html (дата обращения: 03.04.2018).
2. Jing L., Zongliang G., Xiuchang Z. Directional bicubic interpolation — a new method of image super-resolution // Proc. of 3rd Intern. Conf. on Multimedia Technology (ICMT-13). Atlantis Press, 2013. P. 470–477.
3. Zhou D., Shen X., Dong W. Image zooming using directional cubic convolution interpolation // IET Image Processing. 2012. Vol. 6, № 6. P. 627–634.

УДК 519.852

А. Ф. Вялов

СИМПЛЕКС-АЛГОРИТМ И ПОЛНОСТЬЮ ВЫРОЖДЕННАЯ ЗАДАЧА

Для исследования задачи линейного программирования введено понятие направления в n -мерном пространстве. Доказано что полностью вырожденная задача имеет особое решение и играет важную роль в анализе общей задачи линейного программирования. Решена полностью вырожденная задача. Выводы подчеркивают ценность исследования полностью вырожденной задачи.

Ключевые слова: линейное программирование, оптимальное управление, оптимизация.

For a problem of linear programming research the concept of a direction in n -dimensional space is entered. It is proved that completely degenerate problem has a special solution and plays an important role in the analysis of the general problem of linear programming. The degenerate problem is solved completely. Conclusions underline value of research completely degenerate problem.

Key words: linear programming, optimum control, optimization.

В задаче линейного программирования (ЗЛП) [1, 3]: найти минимум линейной формы или, как говорят, функции цели

$$(C, X) \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях на X в виде системы $m < n$ линейных уравнений

$$AX = B \quad (2)$$

и системы n неравенств

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$