

УДК 512.543

Д. Н. Азаров, Б. Я. Солон

К 80-ЛЕТИЮ ПРОФЕССОРА Д. И. МОЛДАВАНСКОГО

Приводится краткий обзор научной и педагогической деятельности профессора Д. И. Молдавского.

Ключевые слова: комбинаторная теория групп, алгоритмические проблемы, свободные группы, группы с одним определяющим соотношением, HNN-расширения.

D. N. Azarov, B. Ya. Solon

TO THE 80TH ANNIVERSARY OF PROFESSOR D. I. MOLDAVANSKII

A brief overview of the scientific and pedagogical activities of Professor D. I. Moldavanskii is given.

Key words: combinatorial group theory, algorithmic problems, free groups, groups with one defining relation, HNN-extensions.

1 декабря 2020 года исполняется 80 лет выдающемуся математику, доктору физико-математических наук, профессору Давиду Ионовичу Молдавскому. Пройдя путь от ассистента до заведующего кафедрой алгебры и математической логики Ивановского государственного университета, Давид Ионович продолжает оставаться активным членом созданного им научно-исследовательского коллектива.

В 1958 году после окончания средней школы он приступил к учебе на математическом факультете Ивановского государственного педагогического института. Как признается Давид Ионович, выбор направления и места продолжения учебы не был им predetermined, но уже после первых прослушанных лекций он понял, что хочет и может заниматься математикой.

Давид Ионович застал то замечательное время, когда математическая (и в частности, алгебраическая) наука в нашей стране достигла высочайшего уровня как по значимости научных открытий, так и по масштабу исследований. В то время приобрела широкую известность Ивановская логико-алгебраическая школа, созданная и возглавляемая академиком Анатолием Ивановичем Мальцевым. Формирование научных интересов Давида Ионовича происходило под влиянием учеников и последователей Мальцева (таких как Д. М. Смирнов и его ученик А. И. Черемисин). Становление и развитие Ивановской логико-алгебраической школы подробно описано в [3, 4].

Уже в студенческие годы Д. И. Молдавский начал посещать заседания научно-исследовательского семинара кафедры высшей алгебры,

организованного Мальцевым в конце 40-х годов. Как вспоминает Давид Ионович, семинар в немалой степени способствовал его математической подготовке, ему всегда нравилась работа, связанная с проверкой научных результатов перед их публикацией, и за эту работу (уже будучи аспирантом) он заслужил следующую похвалу от Игоря Андреевича Лаврова: «Уж если Давид не нашел, к чему придраться, статью можно публиковать».

Первые научные результаты Давида Ионовича, полученные им под влиянием А. И. Черемисина, были связаны с одним обобщением понятия упорядоченной полугруппы. За эти результаты (следов которых, к сожалению, не осталось) он был удостоен похвалы от Александра Геннадиевича Куроша на алгебраической конференции, проходившей в Кишиневе. В тот период Всесоюзные алгебраические конференции (тогда они назывались коллоквиумами) проводились ежегодно по инициативе А. Г. Куроша и А. И. Мальцева. Давид Ионович впервые участвовал в такой конференции в 1963 году в Киеве, будучи студентом 5 курса.

В 1964 Давид Ионович поступил в аспирантуру к Мартину Давидовичу Гриндлингеру, приступившему к работе на кафедре высшей алгебры в 1960 году по приглашению Мальцева. После отъезда Анатолия Ивановича в Новосибирск Гриндлингер возглавлял проводимые на кафедре исследования в области теории групп. За два года до этого он переехал в Советский Союз из США, где был учеником и сотрудником Вильгельма Магнуса, известного немецкого и американского математика, одного из создателей значительного раздела современной теории групп, называемого теперь комбинаторной теорией групп. Интересно отметить, что Магнус был учеником Дэна, который, в свою очередь, был учеником Гильберта.

В основе комбинаторной теории групп лежит идея задания группы порождающими символами и определяющими соотношениями, т. е. такими соотношениями, из которых можно вывести все соотношения, имеющие место в данной группе. М. Д. Гриндлингер занимался алгоритмическими проблемами комбинаторной теории групп, сформулированными в свое время Дэном. Его результаты приобрели широкую известность. Тем не менее, считать, что начало исследований в области теории групп на кафедре связано с приходом на нее Гриндлингера, было бы неверным — до его прихода теорией групп на кафедре занимались А. И. Мальцев и Д. М. Смирнов.

В аспирантские годы Давид Ионович получил замечательные результаты по одному из важнейших направлений комбинаторной теории групп, которое занимается группами с одним определяющим соотношением. Его результаты предопределили дальнейшее развитие этого направления на несколько десятилетий вперед. Свой результат о строении абелевых подгрупп групп с одним определяющим соотношением (соответствующая задача ранее была поставлена известным американским алгебраистом Г. Баумслагом) Д. И. Молдаванский доложил на Международном конгрессе математиков в Москве в 1966 году. Доклад произвел сильное впечатление на математиков, в 1967 году результат был опубликован в Сибирском математическом журнале. Позднее выяснилось, что основная значимость этой публикации состояла не столько в самом научном результате, сколько в методе его доказательства — для изучения групп с одним определяющим соотношением Давид Ионович впервые применил одну уже известную в то время теоретико-групповую конструкцию, которую называют те-

перь HNN-расширением. Позднее, в 1973 году МакКулл и Шупп, используя метод Давида Ионовича, привели более простые доказательства ряда известных результатов о группах с одним соотношением. С тех пор этот метод используется практически во всех исследованиях групп с одним соотношением.

Еще одна важная работа Давида Ионовича, опубликованная в 1969 году в журнале «Алгебра и логика», посвящена доказательству алгоритмической разрешимости проблемы сопряженности конечно порожденных подгрупп свободной группы. В дальнейшем ему удалось доказать более сильный результат, утверждающий финитную аппроксимируемость свободной группы относительно сопряженности конечно порожденных подгрупп. Заметим здесь, что связь финитной аппроксимируемости групп относительно различных предикатов с разрешимостью соответствующих алгоритмических проблем в свое время была обнаружена А. И. Мальцевым.

Давид Ионович стал свидетелем и участником той эпохи, когда комбинаторная теория групп формировалась как самостоятельная наука. Он принимал участие в переводе на русский язык знаменитой и до сих пор востребованной книги Магнуса, Карраса и Солитэра «Комбинаторная теория групп». Эта книга подводила итог начальному этапу развития комбинаторной теории групп. В следующем аналогичном издании — одноименной книге Р. Линдона и П. Шуппа — содержатся многочисленные ссылки уже на работы самого Давида Ионовича.

Почти сразу после защиты кандидатской диссертации (в 1968 году) Д. И. Молдаванский включился в работу по подготовке аспирантов, считая эту деятельность чрезвычайно важной как для математической науки вообще, так и для математического факультета в частности. Его аспирантами «первой волны» были А. П. Горюшкин (работавший впоследствии проректором Камчатского университета), Л. М. Шнеерсон (профессор Нью-Йоркского городского университета, известный ученый, специалист в области теории полугрупп), А. И. Зимин (ученик Л. М. Шнеерсона), С. Д. Бродский (получивший глубокие результаты о разрешимости уравнений над группами), В. Н. Егоров (получивший важные научные результаты и возглавлявший Ивановский государственный университет на протяжении двух последних десятилетий).

В 1973 году Д. И. Молдаванский (по настоятельной просьбе декана математического факультета Е. А. Халезова) занял должность заведующего кафедрой высшей алгебры и занимал ее (с перерывом в 1984 — 1988 годах, когда кафедрой заведовал Владимир Николаевич Егоров) до 2010 года. По его предложению, чтобы отразить весь спектр проводимых научных исследований, кафедра была переименована в кафедру алгебры и математической логики.

На кафедре Давид Ионович создал уникальный научно-педагогический коллектив, состоящий из преподавателей, аспирантов и вовлеченных в научную работу студентов. Состав этого коллектива время от времени менялся, но неизменным оставался основной принцип обучения, состоящий в том, что подготовка квалифицированного математика (в том числе, учителя математики) не возможна без его знакомства с научно-исследовательской работой. Дипломные работы большинства выпускников кафедры содержали пусть небольшие, но, тем не менее, новые научные результаты.

В связи с переходом пединститута на университетский учебный план Давид Ионович фактически с нуля организовал специализацию студентов по алгебре и теории чисел. Специализация предусматривала (наряду с написанием дипломных работ) систему авторских спецкурсов, которые охватывали различные разделы современной алгебры. Чтение некоторых спецкурсов Давид Ионович доверял молодым сотрудникам кафедры, что несомненно способствовало их профессиональному росту. Он часто говорил, что наиболее продуктивный способ изучения какой-либо математической дисциплины состоит в том, чтобы разработать и прочитать курс лекций по этой дисциплине. Лекции Давида Ионовича всегда отличались четкостью формулировок теорем и определений, продуманным изложением материала и уважительным отношением к слушателям.

Давида Ионовича отличает высокая требовательность к качеству оформления научных работ, будь то научная статья, дипломная работа или диссертация. Он часто говорил о том, что аккуратное оформление научной работы может занимать больше времени, чем получение научных результатов, и что качественный математический текст получается ценой значительных усилий. В связи с этим он любит вспоминать фразу, сказанную когда-то Д. М. Смирновым «Получится просто, коль перепишешь раз со сто».

Несколько замечательных учебных пособий написаны Давидом Ионовичем по теории групп, теории полей, линейной алгебре, числовым системам. Много внимания он уделял работе в редколлегии журнала «Вестник ИвГУ». Научно-методическая деятельность Давида Ионовича не ограничивалась рамками университета. В течение ряда лет он работал в Ивановском институте повышения квалификации педагогических кадров.

Начиная с 90-х годов, Д. И. Молдаванским и возглавляемым им научным коллективом проводились интенсивные исследования финитной аппроксимируемости и других аппроксимационных свойств групп. Изучалось поведение этих свойств относительно свободных конструкций — обобщенных свободных произведений и HNN-расширений. Исследования в этом направлении, начатые в США более пятидесяти лет тому назад, до сих пор привлекают внимание многих специалистов в области теории групп. Систематическое изучение финитной аппроксимируемости обобщенных свободных произведений было начато Г. Баумслагом. Давид Ионович много работал над развитием методов Баумслага. Он распространил эти методы с финитной аппроксимируемости на аппроксимируемость конечными p -группами и применил их не только к обобщенным свободным произведениям, но и к HNN-расширениям. Одновременно он дополнял и совершенствовал свой спецкурс «Финитная аппроксимируемость и свободные конструкции». В спецкурсе ставились научные проблемы и задачи, многие из которых в дальнейшем были решены Д. И. Молдаванским и его учениками. Параллельно с чтением спецкурса Давид Ионович возглавлял кафедральный алгебраический семинар. На семинаре особое внимание уделялось подробным доказательствам полученных результатов, и поэтому многие доклады занимали несколько заседаний семинара.

Интенсивная научная и преподавательская работа Давида Ионовича на рубеже XX и XXI веков сопровождалась появлением у него «второй волны» учеников, защитивших кандидатские диссертации: Д. Н. Азаров,

Е. Д. Логинова, Е. А. Иванова, Д. Тъеджо, Е. В. Соколов, О. Е. Сенкевич, Е. А. Туманова.

С 1996 года Д. И. Молдаванский — член Американского математического общества и сотрудник американского реферативного математического журнала «Mathematical Reviews». К нему постоянно обращаются с вопросами ученые из разных стран, работающие в области комбинаторной теории групп. Давид Ионович регулярно выступал в качестве официального оппонента на защитах диссертаций, работал членом диссертационного совета в ЯрГУ, активно сотрудничал с редакцией Коуровской тетради (где каждые два года публикуются нерешенные проблемы теории групп), участвовал в работе семинара по теории групп, который проводился в МГУ и возглавлялся в то время А. Л. Шмелькиным, А. Ю. Ольшанским и А. А. Клячко.

Профессор МГУ А. Л. Шмелькин был одним из оппонентов на защите докторской диссертации Давида Ионовича, которая состоялась в 2006 году в Ярославском государственном университете. Тема диссертации — «Аппроксимационные свойства HNN-расширений групп и групп с одним определяющим соотношением». Эта работа стала промежуточным итогом многолетней и плодотворной научной деятельности Давида Ионовича. Но, с другой стороны, его научный задел настолько велик, что только третья часть его научных результатов имела непосредственное отношение к диссертации.

Давид Ионович проявляет постоянную заботу о своих учениках, поддерживает их стремление к научному и профессиональному росту. Как признается Д. Н. Азаров, он был и продолжает оставаться учеником Давида Ионовича. В 2017 году в диссертационном совете мехмата МГУ состоялась защита докторской диссертации Д. Н. Азарова на тему «Финитная аппроксимируемость и почти аппроксимируемость конечными p -группами групп конечного ранга и свободных конструкций», которая посвящена продолжению исследований, проводимых Давидом Ионовичем и его научным коллективом. Эта работа не относится в полной мере к комбинаторной теории групп, она объединяет классические подходы к изучению финитной аппроксимируемости, восходящие к Мальцеву, и некоторые современные подходы к изучению свободных конструкций. В работе получены существенные обобщения результатов А. И. Мальцева, Д. М. Смирнова, А. Л. Шмелькиной, Д. И. Молдаванского и ряда зарубежных алгебраистов.

Д. И. Молдаванский продолжает активную научную деятельность и в настоящее время. В 2019 году в журнале «Математические заметки» им опубликован следующий замечательный результат: любое расширение конечной группы при помощи конечно порожденной финитно аппроксимируемой группы является хопфовой группой (это свойство для конечно порожденной группы, как заметил А. И. Мальцев, слабее финитной аппроксимируемости). В 2020 году Давид Ионович опубликовал три научные статьи. Одна из этих работ опубликована в журнале «Математические заметки» и посвящена нильпотентной аппроксимируемости групп с одним соотношением. Другая работа посвящена обобщению известного и очень сложно доказанного результата, утверждающего, что в свободной группе изолятор любой конечно порожденной подгруппы сам является конечно

порожденной группой. Давид Ионович обобщил этот результат на случай π -изоляторов, где π — множество простых чисел, причем он нашел абсолютно элементарное доказательство для этого общего утверждения.

Пять лет тому назад в декабре 2015 года под руководством декана факультета математики и компьютерных наук Б. Я. Солона в ИвГУ состоялась Международная научная конференция «Алгоритмические проблемы в алгебре и теории вычислимости», посвященная 75-летию д. ф.-м. н., профессора Давида Ионовича Молдаванского [1, 2]. Среди участников конференции были ведущие математики из Москвы, Ярославля, Новосибирска и Тулы. Как признавались гости конференции, они приехали в Иваново прежде всего для того, чтобы лично поздравить юбиляра. Давид Ионович продолжает оставаться центром притяжения для специалистов в области теории групп, талантливых математиков, выпускников математического факультета.

В заключение хочется пожелать Давиду Ионовичу здоровья, новых научных результатов и успехов в творческой деятельности, которую он так любит.

Библиографический список

1. Алгоритмические проблемы в алгебре и теории вычислимости : Международная научная конференция, посвященная 75-летию Д. И. Молдаванского : сб. науч. трудов. Иваново, Иван. гос. ун-т, 2016. 89 с.
2. Международная научная конференция «Алгоритмические проблемы в алгебре и теории вычислимости», посвященная 75-летию Д. И. Молдаванского. URL: <http://math.ivanovo.ac.ru/dalgebra/mold75/mold75.html> (дата обращения: 24.11.2020).
3. Молдаванский Д. И. 40 лет научной логико-алгебраической школе ИвГУ: итоги и перспективы // Вестник Ивановского государственного университета. Сер.: Естественные, общественные науки. 2014. Вып. 2. С. 75–80.
4. Молдаванский Д. И. Комбинаторная теория групп в Ивановском государственном университете // Чебышевский сборник. 2014. Т. 15, вып. 4. С. 32–54.

УДК 519.852

А. Ф. Вялов

О МНОЖЕСТВЕ ДОПУСТИМЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

При исследовании не полностью вырожденной задачи линейного программирования в n -мерном евклидовом пространстве в статье доказано, что $(n - m)$ -мерное множество допустимых решений задачи представляет собой либо выпуклый многогранник, либо усеченный конус в $(n - m)$ -мерной плоскости. Доказаны возможные исходы решения задачи, используя проекцию произвольного множества точек на прямую в n -мерном евклидовом пространстве. Сформулировано необходимое и достаточное условие, при котором множество допустимых решений задачи линейного программирования пусто.

Ключевые слова: линейное программирование, оптимальное управление, оптимизация.

© Вялов А. Ф., 2020