Д.Н. Азаров

О конечных гомоморфных образах групп конечного ранга

Определение. Группа называется финитно аппроксимируемой, если для каждого её неединичного элемента существует гомоморфизм этой группы на некоторую конечную группу, при котором образ данного элемента отличен от единицы.

Теорема А. Л. Шмелькина.

Любая полициклическая группа почти аппроксимируема конечными *p*-группами для каждого простого числа *p*.

Теорема К. Сексенбаева.

Если полициклическая группа аппроксимируема конечными p-группами для каждого числа p из некоторого бесконечного множества простых чисел, то она нильпотентна.

Теорема. Для каждого конечного множества π простых чисел существует полициклическая группа, которая аппроксимируема конечными p-группами для тех и только тех простых p, которые принадлежат множеству π.

Определение. Группа имеет конечный ранг, если существует число r такое, что любая конечно порождённая подгруппа этой группы порождается не более чем r элементами.

Теорема (А. Лубоцкий и А. Манн). Если группа конечного ранга финитно аппроксимируема, то она почти локально разрешима.

Теорема. Если группа конечного ранга аппроксимируема конечными p-группами для каждого простого p из некоторого бесконечного множества простых чисел, то она нильпотентна.

Теорема Д. Робинсона.

Разрешимая группа конечного ранга финитно аппроксимируема тогда и только тогда, когда она не содержит квазициклических подгрупп и подгрупп, изоморфных группе рациональных чисел.

Теорема. Пусть π – конечное множество простых чисел. Разрешимая группа конечного ранга почти аппроксимируема конечными π-группами тогда и только тогда, когда все её периодические подгруппы конечны и в ней нет подгрупп, изоморфных группе π-ичных дробей.

Ссылка на статью:

Wehrfritz B. A. F.

«Remarks on Azarov’s work on soluble groups of finite rank»

Boll. Unione Mat. Ital. 2016.
doi:10.1007/s40574-015-0047-8.

Теорема 1. Если разрешимая группа конечного ранга аппроксимируема конечными π-группами для некоторого конечного множества π простых чисел, то она содержит подгруппу конечного индекса, аппроксимируемую конечными нильпотентными π-группами.

Теорема 2. Пусть π – конечное множество простых чисел. В каждой разрешимой группе конечного ранга существует подгруппа конечного индекса, любой конечный гомоморфный π-образ которой нильпотентен.

Теорема 3. Пусть π – конечное множество простых чисел. В каждой конечно порождённой группе конечного ранга существует подгруппа конечного индекса, любой конечный гомоморфный π-образ которой нильпотентен.

Теорема Д. Робинсона.

Если финитно аппроксимируемая разрешимая минимаксная группа не является нильпотентной, то некоторый ее конечный гомоморфный образ также не является нильпотентным.