

УДК 512.543

Д. Н. Азаров

**ФИНИТНАЯ АППРОКСИМИРУЕМОСТЬ СВОБОДНОГО
ПРОИЗВЕДЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ РАЗРЕШИМЫХ
ГРУПП С ЦИКЛИЧЕСКИМ ОБЪЕДИНЕНИЕМ**

Доказано, что свободное произведение двух ограниченных разрешимых групп с циклическим объединением является финитно аппроксимируемой группой.

Пусть G – свободное произведение групп A и B с объединенной подгруппой H . Г.Баумслаг [2] доказал, что группа G финитно аппроксимируема, если A и B обладают тем же свойством и $|H| < \infty$. Д.Дайер [3] доказала финитную аппроксимируемость группы G при условии, что A и B – почти полициклические группы и H – циклическая подгруппа. Введенный А.И.Мальцевым [1] класс ограниченных разрешимых групп содержит все полициклические группы. Поэтому следующая теорема обобщает результат Д.Дайер.

Теорема. Пусть A и B – конечные расширения ограниченных разрешимых групп. Если H – циклическая группа, то группа G финитно аппроксимируема.

Доказательству этой теоремы предположим одну лемму, справедливость которой легко устанавливается с помощью отмеченного выше результата Г.Баумслага.

Лемма. Пусть группы A и B финитно аппроксимируемы и H – циклическая подгруппа. Если $|H| < \infty$, то группа G финитно аппроксимируема. Пусть $|H| = \infty$. Группа G финитно аппроксимируема, если выполняются следующие три условия:

1. Подгруппа H финитно отделима в группах A и B .
2. Существует целое положительное число m такое, что для любого $k > 0$ найдется гомоморфизм группы A на конечную группу, отображающий H на подгруппу порядка mk .
3. Существует целое положительное число n такое, что для любого $k > 0$ найдется гомоморфизм группы B на конечную группу, отображающий H на подгруппу порядка nk .

Поскольку ограниченные разрешимые группы финитно аппроксимируемы, то доказательство теоремы сводится к проверке условий 1, 2 и 3 для случая, когда A и B – ограниченные разрешимые группы, H – бесконечная циклическая подгруппа. В [1] доказано, что все подгруппы ограниченной разрешимой группы финитно отделимы. Поэтому условие 1 выполняется. С помощью элементарных свойств ограниченных разрешимых групп легко проверить выполнение условий 2 и 3.

Список использованной литературы

1. Мальцев А. И. О гомоморфизмах на конечные группы// Учен. зап. Иван. гос. пед. ин-та, 1958, Т. 58. № 5. С. 49 – 60.
2. Baumslag G. On the residual finiteness of generalized free products of nilpotent groups// Trans. Amer. Math. Soc. 1963. Vol. 106. № 1. P. 193 – 209.
3. Dyer J. On the residual finiteness of generalized free products// Ibid. 1968. Vol. 133. № 1. P. 131 – 143.