

*Библиографический список*

1. Альфорс Л. Лекции по квазиконформным отображениям. М. : Мир, 1969. 136 с.
2. Векун И. Н. Обобщенные аналитические функции. М. : Физматгиз, 1959. 628 с.
3. Гайер Д. Лекции по теории аппроксимации в комплексной области. М. : Мир, 1986. 216 с.
4. Ганнинг Р., Росси Х. Аналитические функции многих комплексных переменных. М. : Мир, 1969. 396 с.
5. Кусковский Л. Н. Обобщенные ареолярные производные и их приложения к дифференциальным уравнениям // Rev. Roum. de Math. Pures et Appl. 1986. Т. 31, № 7. Р. 625–637.
6. Рудин У. Теория функций в единичном шаре из  $\mathbb{C}^n$ . М. : Мир, 1984. 456 с.
7. Фёдоров В. С. Об одном виде гиперкомплексных моногенных функций // Математический сборник. 1960. Т. 50 (92), [вып.] 1. С. 101–108.
8. Хёрмандер Л. Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных. М. : Мир, 1968. 280 с.
9. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. 2-е изд. М. : Наука, 1976. Ч. 2 : Функции нескольких переменных. 400 с.
10. Эрве М. Функции многих комплексных переменных. М. : Мир, 1965. 166 с.
11. Янушаускас А. И. Аналитические и гармонические функции многих переменных. Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1981. 182 с.

УДК 51.72

*Е. К. Логинов, Д. Е. Логинов, А. С. Шерудилло***О ВЫБОРЕ ПЕРЕНОРМИРОВКИ МАССЫ ХИГГСА  
В СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ**

Исследуется эффективный потенциал Хиггса стандартной модели в 1- и 2-петлевом приближении. Находятся численные значения бегущей константы самодействия и перенормированной массы скаляра Хиггса в достаточно широком диапазоне значений. Находятся и обсуждаются условия, оптимизирующие данную процедуру перенормировки.

**Ключевые слова:** бозон Хиггса, перенормировка массы.

We investigate the effective Higgs potential of the standard model in one- and two-loops approximation. We find the numerical values for the Higgs quartic coupling and the Higgs mass renormalized at the different pole masses. We discuss the renormalization procedure and the boundary conditions leading to the particularly interesting features of the standard model parameters.

**Key words:** Higgs boson, the mass renormalisation.

Формализм эффективного потенциала [1, 5] хорошо известен. В древесном приближении эффективный потенциал Хиггса стандартной модели имеет вид

$$V_0(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4, \quad (1)$$

где  $\lambda$  и  $\mu^2$  — константы самодействия скалярного поля. В общем случае эффективный потенциал может быть представлен в виде суммы

$$V_{eff}(\phi) = V_0(\phi) + V_1(\phi) + V_2(\phi) + \dots, \quad (2)$$

где слагаемые после  $V_0(\phi)$  возникают вследствие радиационных поправок. В частности, масса бозона Хиггса определяется формулой

$$M_H^2 = \left. \frac{\partial^2 V_{eff}}{\partial \phi^2} \right|_{\phi=v}, \quad (3)$$

где  $v$  — вакуумное среднее. При этом предполагается, что производная

$$\left. \frac{\partial V_{eff}}{\partial \phi} \right|_{\phi=v} = 0. \quad (4)$$

Из вышеприведенных формул следует, что массовый член потенциала Хиггса может быть записан как

$$M_H^2 = M_{H_0}^2 + \delta_1 M_H^2 + \delta_2 M_H^2 + \dots, \quad (5)$$

где  $M_{H_0}^2 = 2\lambda v^2$ , а добавки  $\delta_1 M_H^2$  и  $\delta_2 M_H^2$  появляются в результате 1- и 2-петлевой коррекции массы бозона Хиггса.

Перейдем к рассмотрению эффективного потенциала Хиггса в 1-петлевом приближении [4, 9]. Он может быть представлен в виде суммы

$$V(\phi) = V_0(\phi) + V_1(\phi) \quad (6)$$

с 1-петлевой поправкой

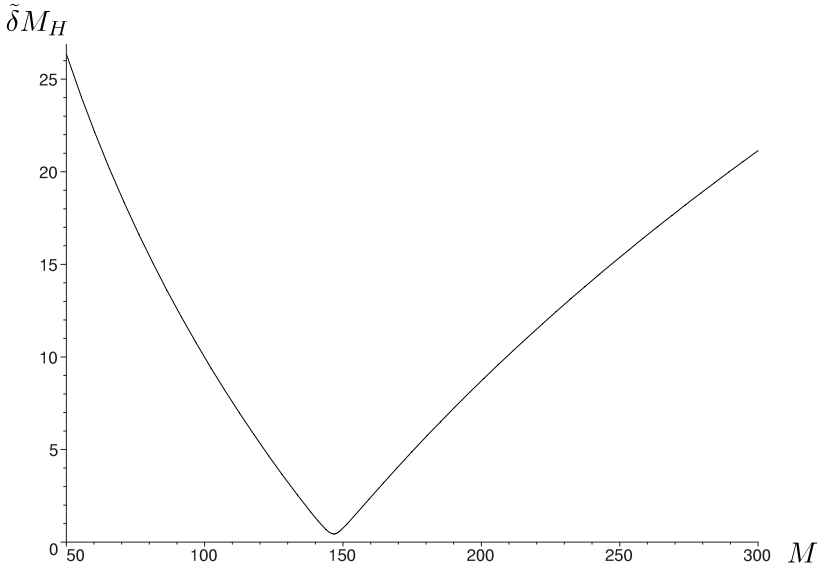
$$\begin{aligned} V_1(\phi) = & \frac{1}{64\pi^2} [-12m_t^4(\ln L_t - 3/2) + \\ & + 6m_w^4(\ln L_w - 5/6) + 3m_z^4(\ln L_z - 5/6) + \\ & + m_h^4(\ln L_h - 3/2) + 3m_g^4(\ln L_g - 3/2)], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $m_t^2 = g_t^2 \phi^2 / 2$  — квадрат массы топ-кварка,  $m_w^2 = g^2 \phi^2 / 4$  и  $m_z^2 = (g^2 + g_1^2) \phi^2 / 4$  — квадраты масс векторных бозонов,  $m_h^2 = -\mu^2 + 3\lambda \phi^2$  и  $m_g^2 = -\mu^2 + \lambda \phi^2$  — квадраты масс скаляра Хиггса и голдстоуновских бозонов, а  $L_x = \ln(m_x^2 / M^2)$ . (Здесь  $g$  и  $g'$  — калибровочные константы связи, а  $g_t$  — константа юкавского взаимодействия топ-кварка.)

Используя условие (4) и полагая  $M_H = M_H^{exp}$ , мы можем исключить  $\mu^2$  и представить  $\lambda$  как функцию от массового параметра  $M$ . Экспериментальное значение массы Хиггса  $M_H^{exp}$  известно [7, 8]. Полагая  $M_H \approx 125.66$  ГэВ и игнорируя вклады скаляров, найдем

$$\begin{aligned} M_H^2 = & 2\lambda v^2 + \frac{v^2}{128\pi^2} [2g^4(3L_w^v + 2) + \\ & + (g^2 + g_1^2)^2(3L_z^v + 2) - 48g_t^4 L_t^v], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $L_x^v = L_x$  при  $\phi = v$ . Вместо 1-петлевой коррекции  $\delta_1 M_H^2$  удобнее использовать ее линейно аппроксимированное значение  $\tilde{\delta}_1 M_H = M_H - M_{H_0}$ . Пусть  $\tilde{\delta}_1^v M_H$  и  $\tilde{\delta}_1^f M_H$  обозначают линейно аппроксимированные вклады векторных бозонов и топ-кварка соответственно. Тогда  $\tilde{\delta}_1 M_H \approx \tilde{\delta}_1^v M_H + \tilde{\delta}_1^f M_H$ . Положим  $\tilde{\delta} M_H = [(\tilde{\delta}_1^v M_H)^2 + (\tilde{\delta}_1^f M_H)^2]^{1/2}$  и построим график этой функции (см. рис.).



Абсолютное значение вклада векторных бозонов  
и топ-кварка в массу бозона Хиггса

Очевидно, что абсолютное значение вклада векторных бозонов и топ-кварка в коррекцию массы бозона Хиггса быстро возрастает при удалении от некоторого минимального значения. Тем самым возрастают теоретические погрешности при вычислении бегущих констант связи и массы Хиггса (см., напр.: [6]). Таким образом, лучшим выбором перенормировки для  $M_H$  будет выбор значения массового параметра  $M = M_{min} \approx 146.64$  ГэВ. Соответственно значение 1-петлевой поправки к массе Хиггса в этой точке будет равно  $\tilde{\delta}M_H \approx 0.46$  ГэВ.

Включение 2-петлевой поправки к массе бозона Хиггса (вклад КХД [2] и вклад юкавского взаимодействия [3])

$$\delta_2 M_{h(lead)}^2 = \frac{y_t^2 v^2}{(4\pi)^4} \left[ 16g_s^2 y_t^2 (3L_t^2 + L_t) - 3y_t^4 \left( 9L_t^2 - 3L_t + 2 + \frac{\pi^2}{3} \right) \right] \quad (9)$$

не меняет картины. В этом случае значение  $M_{min}$  практически не меняется (уменьшается примерно на 0.01 ГэВ). Ситуация мало меняется и тогда, когда принимается в расчет 1-петлевой вклад бозона Хиггса [3]

$$\begin{aligned} \delta_1 M_h^2 = & \frac{1}{(4\pi)^2} \left\{ 3y_t^2 (4m_t^2 - M_h^2) B_0(m_t, m_t, M_h) + \right. \\ & + 6\lambda^2 v^2 (3L_h - 6 + \pi\sqrt{3}) - \\ & - \frac{v^2}{4} (3g^4 - 8\lambda g^2 + 16\lambda^2) B_0(m_w, m_w, M_h) - \\ & - \frac{v^2}{8} (3G^4 - 8\lambda G^2 + 16\lambda^2) B_0(m_z, m_z, M_h) + \\ & \left. + 2m_w^2 [g^2 - 2\lambda(L_w - 1)] + m_z^2 [G^2 - 2\lambda(L_z - 1)] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $G^2 = g^2 + g'^2$  и

$$B_0(m_a, m_b, m_c) \equiv - \int_0^1 \ln \frac{(1-x)m_a^2 + xm_b^2 - x(1-x)m_c^2 - i\epsilon}{M^2} dx. \quad (11)$$

В этом случае значение  $M_{min}$  не меняется, а значение массы Хиггса в данной точке несколько возрастает:  $\tilde{\delta}M_H \approx 3.22$  ГэВ. Напротив, картина существенно меняется при учете вклада голдстоуновских бозонов. Это связано с тем, что вклад голдстоуновских бозонов может быть мнимым (что приводит к физической нестабильности и, как следствие, к дополнительным теоретическим погрешностям). Несмотря на то что мнимая часть такого вклада сравнительно мала, ее нельзя игнорировать. Однако ее можно исключить выбором перенормировки. Прямым вычислением можно показать, что на рассматриваемом интервале значений массы Хиггса существует точка  $M_{max}$  такая, что поправка к массе Хиггса будет вещественной для  $M \leq M_{max}$  и мнимой для  $M > M_{max}$ . Соответствующие 1-петлевые линейно аппроксимированные вклады в массу бозона Хиггса в точке  $M_{max}$  перечислены в таблице:

$M_{max}$	$\delta m_v$	$\delta m_s$	$\delta m_f$	$\delta M_H$	$M_H$
108.39	0.07	1.81	7.82	9.81	125.66

Поскольку теоретическая погрешность возрастает слева от  $M_{max}$  (см. рис.), лучшим выбором перенормировки массы бозона Хиггса  $M_H$  (при учете вклада голдстоуновских бозонов) будет выбор значения массового параметра  $M = M_{max}$ .

#### Библиографический список

1. Coleman S., Weinberg E. Radiative corrections as the origin of spontaneous symmetry breaking // Phys. Rev. D. 1973. Vol. 7. P. 1888–1910.
2. Higgs boson mass and new physics / F. Bezrukov et al. // JHEP. 2012. Vol. 10, № 140. P. 1–34.
3. Higgs mass and vacuum stability in the standard model at NNLO / G. Degross et al. // JHEP. 2012. Vol. 1208, № 098. P. 1–35.
4. Improving the effective potential / M. Bando et al. // Phys. Lett. B. 1993. Vol. 301. P. 83–89.
5. Jackiw R. Functional evaluation of the effective potential // Phys. Rev. D. 1974. Vol. 9. P. 1686–1701.
6. Masina I. Higgs boson and top-quark masses as tests of electroweak vacuum stability // Phys. Rev. D. 2013. Vol. 87, № 053001. P. 1–13.
7. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC / CMS Collaboration // Phys. Lett. B. 2012. Vol. 716. P. 30–61.
8. Observation of a new particle in the search for the standard model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC / ATLAS Collaboration // Phys. Lett. B. 2012. Vol. 716. P. 1–29.
9. The effective potential and the renormalisation group / C. Ford et al. // Nucl. Phys. B. 1993. Vol. 395. P. 17–34.