

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ РЕСУРСОВ И ПРИБЫЛИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ИЗДАТЕЛЬСКОЙ ПРОДУКЦИИ

Аннотация. В статье рассматривается задача оптимального распределения заказов на печать журналов «Автомеханик» и «Инструмент» между типографиями «Алмаз-Пресс», «Карелия-принт» и «Hansaprint» при ограниченных производственных мощностях и рыночном спросе. С помощью методов линейного программирования определены оптимальные объёмы выпуска журналов, обеспечивающие максимальную выручку. Проведён анализ чувствительности и рассчитаны двойственные оценки дополнительного часа работы на трёх типографиях. Данный метод линейного программирования демонстрирует высокую эффективность и универсальность применения линейного программирования для решения задач с распределением ограниченных ресурсов.

Ключевые слова: линейное программирование, максимизация выручки, симплекс метод, анализ чувствительности, двойственные оценки.

М. М. Simich

USING A LINEAR PROGRAMMING MODEL TO OPTIMIZE RESOURCES AND PROFIT IN THE PRODUCTION OF PUBLISHING PRODUCTS

Abstract. The article examines the task of optimal distribution of printing orders for the journals “Avtomexanik” and “Instrument” between printing houses “Almaz-Press”, “Karelia-Print”, and “Hansaprint” under limited production capacities and market demand constraints. By applying linear programming methods, the optimal output volumes of the journals were determined to achieve maximum revenue. A sensitivity analysis was performed, and dual values for an additional hour of operation at each of the three printing houses were calculated. This linear programming method leverages the high efficiency and versatility of linear programming for solving resource-constrained problems.

Keywords: linear programming, revenue maximization, simplex method, sensitivity analysis, dual values.

В условиях дефицита производственных мощностей и усиливающейся конкуренции на рынке печатной продукции издательства вынуждены решать сложную задачу эффективного размещения заказов между типографиями. Неоптимальное распределение объёмов печати приводит либо к недозагрузке оборудования, либо к упущенной выгоде из-за неудовлетворённого спроса. Основной целью исследования стало определение таких

объёмов выпуска журналов «Автомеханик» и «Инструмент», при которых выручка от их продажи достигает максимального значения.

Задача была решена с помощью линейного программирования. Анализ показал значительные различия во времени печати одной тысячи экземпляров в разных типографиях. Для журнала «Автомеханик» требуется 2 часа в «Алмаз-Пресс», 4 часа в «Карелия-Принт» и 6 часов в «Hansaprint» [4, п. 2.3.1, задача 10]. Для журнала «Инструмент» эти показатели составляют 14, 6 и 4 часа соответственно. Количество рабочего времени типографий ограничено: 112 часов у «Алмаз-Пресс», 70 часов у «Карелия-Принт» и 80 часов у «Hansaprint». Кроме того, существуют ограничения рыночного спроса: максимальный объём реализации «Автомеханика» не превышает 12 тысяч экземпляров, а «Инструмента» – 7,5 тысячи экземпляров. Учёт этих лимитов позволяет избежать как перепроизводства, так и проста мощностей.

В экономико-математической модели переменными выступают:

x – количество тысяч экземпляров журнала «Автомеханик»,

y – количество тысяч экземпляров журнала «Инструмент».

Целевая функция, отражающая максимальную выручку, имеет следующий вид:

$$F = 16x_1 + 12x_2 \rightarrow \max.$$

Система ограничений включает требования по времени работы типографий:

$$\begin{cases} 2x_1 + 14x_2 \leq 112; \\ 4x_1 + 6x_2 \leq 70; \\ 6x_1 + 4x_2 \leq 80 \end{cases}$$

и по спросу:

$$\begin{cases} x_1 \leq 12; \\ x_2 \leq 7,5. \end{cases}$$

Задача была решена симплекс-методом – стандартным способом решения задач линейного программирования [3, § 6]. Расчёты выполнялись в специальном программном обеспечении, в частности, с использованием надстройки «Поиск решения» в Microsoft Excel, а также библиотеки PuLP для языка программирования Python. Эти инструменты позволяют быстро формировать модель, автоматически применять симплекс-метод и получать точные результаты с подробным протоколом итераций.

Графически область допустимых решений представляет собой многоугольник на координатной плоскости с осями x – объём «Автомеханика» и y – объём «Инструмента». Максимальное значение целевой функции всегда достигается в одной из вершин этого многоугольника, что является фундаментальным свойством линейного программирования.

Наибольшая выручка достигается в вершине со значениями $x_1 = 10$, $x_2 = 5$. Это решение удовлетворяет всем ограничениям по времени работы типографий:

«Алмаз-Пресс»: 90 часов из 112 возможных,

«Карелия-Принт»: 70 часов из 70,

«Hansaprint»: 80 часов из 80,

и по спросу $10 \leq 12$ и $5 \leq 7,5$.

Таким образом, оптимальным является выпуск 10 тысяч экземпляров журнала «Автомеханик» и 5 тысяч экземпляров журнала «Инструмент», обеспечивающий максимальную выручку в размере 220 000 рублей.

При традиционном распределении заказов без математической оптимизации максимальная выручка не превышала бы 190 тысяч рублей. Применение линейного программирования позволило повысить доход не менее чем на 30 тысяч рублей без привлечения дополнительных ресурсов и расширения мощностей.

Анализ чувствительности показал высокую устойчивость решения. Оптимальный план остаётся неизменным при отклонении цен продажи до 15 % в любую сторону, а также при изменении количества рабочего времени в типографиях «Карелия-Принт» и «Hansaprint» в пределах 10 часов [1, § 2.5].

Двойственные оценки ресурсов помогли выявить реальную экономическую ценность одного дополнительного часа работы издательств. Дополнительный час работы «Hansaprint» способен увеличить выручку на 2,4 рубля, в «Карелия-Принт» эта оценка составляет 0,4 рубля за час, а в «Алмаз-Пресс» двойственная оценка равна нулю из-за наличия свободного резерва времени [2, §§ 6.2–6.3]. Эти показатели позволяют обоснованно оценивать целесообразность оплаты дополнительного времени работы типографий.

Использование методов линейного программирования помогло не только установить оптимальные объёмы выпуска, но и выявить наиболее загруженные мощности, оценить запас прочности плана и определить экономическую значимость каждого ресурса. Полученные выводы могут быть успешно применены для повышения максимальной выручки у издательств. Данный подход отличается универсальностью и может быть адаптирован к широкому кругу производственных задач, связанных с оптимальным распределением ограниченных ресурсов.

Библиографический список

1. Балдин К. В., Брызгалов Н. А., Рукосуев А. В. Математическое программирование: учебник. 2-е изд. М.: Дашков и К°, 2016. 218 с.
2. Банди Б. Основы линейного программирования. М.: Радио и связь, 1989. 176 с.
3. Богданова Е. Л., Соловейчик К. А., Аркина К. Г. Оптимизация в проектном менеджменте: линейное программирование. СПб.: Университет ИТМО, 2019. 165 с.
4. Фомин Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник. М.: Юрайт, 2013. 462 с.

Информация об авторе / Information about the author

Симич Михаил Милоевич – студент 4 курса института математики, информационных технологий и естественных наук, Ивановский государственный университет, г. Иваново, Россия, appa2019@mail.ru

Simich Mikhail Miloevich – 4th year student at the Institute of Mathematics, Information Technologies and Natural Sciences, Ivanovo State University, Ivanovo, Russia, appa2019@mail.ru