

УДК 512.54+378.1

Д. В. Туртин

**ЕВГЕНИЙ ВИКТОРОВИЧ СОКОЛОВ:  
К 50-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ**

**Аннотация.** Статья посвящена 50-летию юбилею преподавателя и научного сотрудника ИвГУ доктора физико-математических наук Е. В. Соколова. Подробно описывается научная работа Евгения Викторовича и его деятельность на посту руководителя кафедры вычислительной и прикладной математики (в 2013–2020 годах – кафедра прикладной математики и компьютерных наук). Приводятся также краткие сведения из биографии юбиляра.

**Ключевые слова:** Ивановская математическая школа, биография, аппроксимационные свойства групп.

D. V. Turtin

**EVGENY VIKTOROVICH SOKOLOV:  
ON THE 50TH ANNIVERSARY OF HIS BIRTH**

**Abstract.** This article is dedicated to the 50th anniversary of IvSU professor and research fellow E. V. Sokolov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences. It describes in detail Evgeny Viktorovich's research and his work as head of the Department of Computational and Applied Mathematics (from 2013 to 2020, the Department of Applied Mathematics and Computer Science). A brief biography of the celebrant is also given.

**Keywords:** Ivanovo mathematical school, biography, residual properties of groups.

Евгений Викторович Соколов родился 13 января 1976 года в городе Иваново. Его родители, Виктор Федорович и Юлия Александровна, кандидаты химических наук, были сотрудниками Ивановского химико-технологического института (в настоящее время – Ивановский государственный химико-технологический университет) и занимались изучением физико-химических процессов в низкотемпературной плазме. Еще один член семьи, бабушка Нина Федоровна Болеславская, также всю жизнь проработала в ИХТИ преподавателем и деканом факультета вечернего обучения. Поэтому уже к семи годам маленький Женя точно знал, что ему нужно идти в аспирантуру и писать диссертацию. Однако вопрос о науке, которой следует себя посвятить, не возникал еще почти десять лет.

В 1991 году, окончив с отличием неполную среднюю школу № 40, Е. В. Соколов поступил в физико-математический класс школы-лицея № 22. По воспоминаниям Евгения Викторовича, это было время самого настоящего расцвета школьного образования. Директор школы В. М. Самсонов совместно со своим заместителем Н. В. Смирновой старались воссоздать интеллектуальную и духовную атмосферу Пушкинского лицея, что им весьма успешно удавалось. Учителя осваивали новые программы специализированного образования, зачастую используя для этого рукописи

еще не изданных экспериментальных учебников. Под руководством заведующей кафедрой педагогики Т. А. Вороновой активно работал учебно-научно-педагогический комплекс «Университет – школа-лицей № 22», привлекавший к ведению спецкурсов сотрудников ИвГУ. За время обучения в 10–11 классах Е. В. Соколов познакомился со многими преподавателями математического факультета: М. А. Артамоновым, Н. С. Корниковой, Г. А. Кузнецовой, Ж. А. Масляковой, Т. Я. Сенкевич, Л. М. Шнеерсоном – а также с бывшим в ту пору еще аспирантом Е. В. Власовым. Общение с ними и замечательным учителем математики Г. В. Белозеровой сделали для Евгения Викторовича выбор будущей профессии однозначным, и в 1993 году, получив золотую медаль и сдав вступительные экзамены, совмещенные с выпускными, он поступил на математический факультет ИвГУ.

Учеба в университете давалась Е. В. Соколову легко, о чем, в частности, свидетельствуют зачетка со средним баллом 5,0 и именная стипендия Ученого совета, которую он получал в 1995–1997 годах. По словам Евгения Викторовича, он всегда ощущал себя не студентом, а «преподавателем в ученичестве», перенимавшим знания и опыт от будущих коллег. Е. В. Соколов с теплотой и признательностью вспоминает всех преподавателей математического факультета, занятия которых он посещал, но главными своими учителями считает Т. Я. Сенкевич и Д. И. Молдаванского. Татьяна Яковлевна Сенкевич читала курс математического анализа и, кроме замечательных лекций, уделяла очень большое внимание практическим занятиям. Волшебным образом ей удавалось занять всех студентов группы одновременно, несмотря на различия в их способностях и уровне подготовки. По воспоминаниям Евгения Викторовича, именно Татьяна Яковлевна в процессе решения множества теоретических задач привила ему математическую культуру, научила аккуратности и строгости рассуждений. Давид Ионович Молдаванский, научный руководитель Е. В. Соколова в бакалавриате, магистратуре и аспирантуре, приложил много усилий к обсуждению с ним тонкостей написания научных статей, корректности и простоты изложения доказательств. Помимо индивидуальных консультаций, важную роль в становлении Евгения Викторовича как ученого-математика сыграли учебный и научный семинары, в течение нескольких десятилетий проводившиеся Давидом Ионовичем для своих учеников.

Во время обучения в магистратуре Е. В. Соколов принимал некоторое участие в научной и методической работе своих родителей и даже получил премию Российского вакуумного общества за создание программы-тренажера для оператора вакуумной установки. Однако вскоре он полностью сосредоточился на исследованиях в области, предложенной ему научным руководителем. Комбинаторная теория групп, наука абстрактная и не слишком наглядная, давалась Евгению Викторовичу с гораздо большим трудом, нежели обычные учебные дисциплины, и первый свой результат, достойный публикации в серьезном журнале, он получил лишь в середине второго года обучения в аспирантуре. После этого процесс, как говорится, пошел, и к требуемому сроку пригодная для защиты работа была готова. Евгений Викторович, впрочем, решил не торопиться и довести ее до более обстоятельного и законченного вида, потратив на это почти год и увеличив количество результатов вдвое. Из-за нескончаемой

реорганизации диссертационных советов, с которой довелось столкнуться, наверное, большинству соискателей, готовую и даже отпечатанную диссертацию удалось защитить лишь спустя еще год, в июне 2004-го.

Свою педагогическую деятельность Е. В. Соколов начал в бакалавриате, проработав три года преподавателем спецкурсов в школе-лицее № 22. По мнению Евгения Викторовича, этот опыт оказался не очень удачным, но поспособствовал выработке «учительского» голоса, весьма пригодившегося впоследствии при чтении лекций для больших потоков. К ведению занятий в университете Е. В. Соколов приступил с сентября 2000 года. Устроившись ассистентом кафедры алгебры и математической логики на 0,25 ставки, он рассчитывал преподавать там и далее. Но ни по окончании аспирантуры, ни год спустя занять полную ставку ему так и не удалось. Поэтому в 2003 году Евгений Викторович был вынужден перейти на кафедру вычислительной и прикладной математики, где в конечном итоге проработал 17 лет, пройдя путь от старшего преподавателя до заведующего.

Надо заметить, что определенный задел для ведения занятий на «компьютерной» кафедре у Е. В. Соколова был: он неплохо программировал на Паскале и разбирался в администрировании операционных систем семейства Windows. Однако накануне учебного года выяснилось, что за лето программное обеспечение в лабораториях поменялось и работать придется на C++ под Linux. Пришлось освоить и то, и другое в необходимом для преподавания объеме за лекционную неделю. Впоследствии подобных «освоений» было еще очень много. Евгений Викторович фактически получил второе высшее образование, читая такие курсы, как «Компьютерные науки», «Архитектура ЭВМ», «Аппаратные средства вычислительной техники», «Операционные системы», «Системное программное обеспечение», «Сети и системы телекоммуникаций», «Сетевые технологии», «Системы управления базами данных», «Параллельное программирование», «Построение и анализ параллельных алгоритмов», «Пакеты прикладных программ», «Криптографические методы защиты информации», «Структуры данных и их анализ» и др. Единственной дисциплиной из собственного шестилетнего курса обучения в университете, которой ему удалось воспользоваться, был семестровый спецкурс по теории графов; все остальное пришлось изучать «с нуля». Тем не менее, в первый год работы на новой кафедре Е. В. Соколов успел получить один из лучших своих научных результатов, состоящий в доказательстве финитной аппроксимируемости относительно сопряженности нисходящего HNN-расширения конечно порожденной абелевой группы [18]. Дальнейшие занятия серьезной наукой пришлось отложить почти на 8 лет.

В 2002 году на математическом факультете была открыта подготовка бакалавров по направлению «Математика. Компьютерные науки». В течение следующих четырех лет ведущие преподаватели-компьютерщики кафедры вычислительной и прикладной математики, А. Е. Кручинин и А. В. Гурьянов, постепенно осваивали новую образовательную программу, а их дисциплины у студентов-математиков переходили к Е. В. Соколову, что приводило к ежегодному обновлению педагогических поручений последнего почти на 100%. Стремясь не потерять уже подготовленные лекционные курсы, Евгений Викторович начал составлять предложения

по своей нагрузке на очередной учебный год. Тот факт, что его расчеты не содержали никаких ошибок и учитывали требования всех университетских документов, весьма воодушевил С. В. Пухова, совмещавшего заведование кафедрой вычислительной и прикладной математики с руководством факультетом. С 2007 года распределением педагогических поручений на кафедре занимался уже Е. В. Соколов.

В 2004 году Евгений Викторович был избран в состав Ученого совета математического факультета. Одной из проблем, регулярно обсуждавшихся на его заседаниях, было избыточное количество зачетов в семестре, нарушавшее установленные нормы. В те времена зачет по дисциплине принято было назначать вне зависимости от того, был ли по этой дисциплине экзамен, и «свои» зачеты никто уступать не хотел, что приводило к длительным и безрезультатным дискуссиям. Е. В. Соколов предложил решить данную проблему за счет внесения изменений в «компьютерную» часть учебного плана, дисциплины которой были бесосновательно растянуты и читались одновременно в больших количествах. Предложение было успешно реализовано, и с этого момента началась большая работа Евгения Викторовича по созданию новых и модификации имеющихся учебных планов, не прекращавшаяся вплоть до реорганизации факультета в 2020 году.

В конце 2007 года в связи с грядущей аттестацией университета у С. В. Пухова возникла мысль о передаче полномочий заведующего кафедрой Е. В. Соколову, и так выполнявшему значительный объем организационной работы по факультету. Однако в ректорате к этой идее отнеслись прохладно, поскольку о Евгении Викторовиче на тот момент знали мало. В итоге было принято компромиссное решение: распоряжением по математическому факультету от 10 марта 2008 года Е. В. Соколов был назначен заместителем заведующего кафедрой с возложением на него всех полномочий заведующего и соответствующей ответственности, за исключением кадровой политики и штатного расписания кафедры, остававшихся в ведении С. В. Пухова. Последнее, впрочем, касалось лишь штатных сотрудников, поскольку привлечением к работе совместителей Евгений Викторович занимался самостоятельно. Официально заведующим кафедрой Е. В. Соколов был выбран в 2012 году. Незадолго до этого он вошел также в состав Ученого совета ИвГУ.

Основной задачей, определенной для себя Евгением Викторовичем, было улучшение качества преподавания дисциплин из области компьютерных наук и информационных технологий, а также устранение разрыва между ними и математической составляющей образовательных программ. Как уже было отмечено выше, наиболее квалифицированные преподаватели-прикладники, к которым теперь относился и Е. В. Соколов, вели занятия у студентов направления «Математика. Компьютерные науки», из-за чего ИТ-дисциплины специальности и направления «Математика» «провисали». Евгений Викторович провел значительную работу по синхронизации учебных планов, позволившую читать лекции по указанным дисциплинам всем учащимся одновременно. В результате у студентов-математиков, выбравших соответствующую специализацию, появилась возможность слушать такие курсы, как «Архитектура ЭВМ», «Языки и технологии программирования», «Операционные системы», «Компьютерные сети», «Базы данных» и «Информационная безопасность». Более того,

Е. В. Соколовым была лицензирована образовательная программа, благодаря которой студенты специалитета и магистратуры могли вместе с основным получить еще один диплом государственного образца о присвоении дополнительной квалификации «Разработчик профессионально ориентированных компьютерных технологий».

Под влиянием Евгения Викторовича значительные изменения претерпел и кадровый состав кафедры. Сначала к ведению занятий удалось привлечь обучавшихся в магистратуре выпускниц бакалавриата «Математика. Компьютерные науки». Одна из них, Г. С. Степович-Цветкова, получившая под руководством ректора ИвГУ В. Н. Егорова степень кандидата экономических наук, продолжает чтение курсов по разработке программного обеспечения и по сей день. Затем для работы на кафедре уже на постоянной основе были приглашены ученики Д. Н. Азарова и Д. И. Молдавского кандидаты физико-математических наук А. В. Розов и Е. А. Туманова. Е. В. Соколов сумел извлечь пользу даже из масштабного сокращения штатов на факультете, «переманив» к себе С. И. Хашина, до этого много лет работавшего на кафедре алгебры и математической логики, но в последние годы читавшего курсы преимущественно в области компьютерных наук. Описанные действия значительно повысили процент «остепененности» сотрудников кафедры и оживили проводимые на ней научные исследования. Существенно улучшилось и администрирование компьютеров факультета. Ранее этой деятельностью занимались преподаватели, высокая загрузка которых приводила к большим задержкам при устранении неисправностей и вводе в эксплуатацию нового оборудования. Е. В. Соколов решил данную проблему, добившись введения в штатное расписание кафедры ставки ведущего программиста. Долгое время указанную должность занимал А. В. Розов, осуществивший запуск трех новых компьютерных классов и обновление компьютеров кафедр и деканата. После его перехода в преподаватели обязанности ведущего программиста выполняли аспиранты кафедры С. Е. Ваганов и А. Е. Куваев, а также аспирант кафедры алгебры и математической логики Р. Р. Яруллин.

Будучи заведующим и заместителем заведующего, Е. В. Соколов прилагал постоянные усилия к укреплению материальной базы кафедры и факультета. Под его руководством были выполнены работы по обустройству новой компьютерной лаборатории в аудитории 202 первого учебного корпуса и оснащению всех лекционных аудиторий факультета стационарным проекционным оборудованием. При непосредственном участии Евгения Викторовича были приобретены новые компьютеры для двух лабораторий, а также периферийное оборудование для кафедр и деканата. Позднее Е. В. Соколов организовал закупку комплектующих для модернизации всех имеющихся компьютеров, продлившей срок их эксплуатации более чем на пять лет. Стараниями Евгения Викторовича факультет приобрел и поддерживал членство в программе MSDN Academic Alliance, позволявшей устанавливать почти все продукты корпорации Майкрософт как в университете, так и на домашних компьютерах преподавателей и студентов. Помимо этого были закуплены лицензии на отдельные программные продукты, включая систему компьютерной алгебры Maple.

Завершив согласование учебных планов бакалавриата и специальности «Математика» с бакалавриатом «Математика. Компьютерные науки»,

а также запуск программы «Разработчик профессионально ориентированных компьютерных технологий» и усиление прикладной составляющей магистратуры «Математика», Е. В. Соколов принялся за получение лицензий на новые образовательные программы. Им были разработаны учебные планы и комплекты документов для лицензирования магистратуры «Математика. Компьютерные науки», бакалавриатов «Информационная безопасность» и «Фундаментальная информатика и информационные технологии», дополнительных образовательных программ «Преподаватель высшей школы» и «Системный инженер (специалист по эксплуатации аппаратно-программных комплексов персональных ЭВМ и сетей на их основе)». Все перечисленные лицензии были получены, но по ряду причин программы «Информационная безопасность» и «Системный инженер» не состоялись (подробнее об этом написано в [8]). По образовательным программам бакалавриата «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и магистратуры «Математика. Компьютерные науки» Евгением Викторовичем был успешно организован учебный процесс. Это позволило привлечь дополнительное внимание к факультету со стороны абитуриентов, увеличить контингент студентов и на какое-то время приостановить сокращение штатов кафедры.

В 2010–2012 годах Е. В. Соколов работал в качестве члена рабочей группы ИвГУ и заместителя руководителя рабочей группы факультета по переходу на ФГОС. В рамках данной деятельности им были составлены комплексный план мероприятий факультета по переходу на ФГОС и проекты учебных планов и планов аудиторных занятий для направлений «Математика» и «Математика и компьютерные науки» (бакалавриат и магистратура), а также специальности «Фундаментальная математика и механика» [19]. Результаты этой работы вызвали интерес на общеуниверситетском уровне, Евгений Викторович неоднократно рассказывал о них на методических конференциях и совещаниях [20]. Позднее он составлял и все факультетские учебные планы, необходимые для перехода на ФГОС 3+ и 3++.

Будучи одним из главных проектировщиков образовательных программ, Е. В. Соколов регулярно проводил собрания со студентами факультета по вопросам выбора дополнительной профессиональной программы и научного руководителя, организации обучения в магистратуре, осуществлял руководство производственной и преддипломной практиками, заключал с предприятиями долгосрочные договоры на их прохождение. Евгений Викторович ежегодно организовывал итоговую аттестацию по программе «Разработчик. . . » и предзащиты выпускных квалификационных работ, руководил секцией кафедры на студенческой научной конференции, готовил команду факультета к участию во всероссийской студенческой Интернет-олимпиаде по информатике и международной студенческой олимпиаде АСМ по программированию. Деятельность Е. В. Соколова по организации учебного процесса, разумеется, не могла не включать и мероприятия по осуществлению нового набора. Евгений Викторович подготавливал к изданию оригинал-макеты рекламных буклетов и стендов, администрировал официальный web-сайт факультета и его страницу ВКонтакте, руководил проведением регионального и муниципального этапов Всероссийской олимпиады школьников по информатике и ИКТ, участвовал в работе

заочной школы и лекториев для абитуриентов по подготовке к ЕГЭ по тому же предмету.

С 1988 года бессменным деканом математического факультета был С. В. Пухов, блестящий организатор учебного процесса, научивший Е. В. Соколова многим тонкостям административной работы. В 2013 году на этом посту его сменил Б. Я. Солон, интересы которого в большей степени затрагивали научную деятельность. Под руководством Бориса Яковлевича на факультете была проведена международная научная конференция «Алгоритмические проблемы в алгебре и теории вычислимости», посвященная 75-летию Д. И. Молдавского, а также организован ряд встреч с ведущими учеными-математиками. Евгений Викторович к этому времени уже отладил все процессы на кафедре и в основном стабилизировал свою собственную учебную нагрузку, а потому получил возможность уделять гораздо больше сил научной работе. В 2017 году при активной поддержке Б. Я. Солона и В. Н. Егорова он взялся за организацию всероссийской конференции «Алгебра и теория алгоритмов», посвященной 100-летию факультета математики и компьютерных наук, получив на ее проведение грант РФФИ № 18-01-20009 [5]. Само мероприятие прошло в марте 2018 года и собрало 97 ученых из 19 регионов России, а также Белоруссии, Украины и Казахстана. Среди приехавших в Иваново были два члена-корреспондента РАН и 18 докторов наук; конференция освежила и укрепила связи ивановской логико-алгебраической школы с крупными российскими научными центрами, прежде всего московским и новосибирским.

Как уже отмечено выше, примерно с 2013 года Евгений Викторович получил долгожданную возможность возобновить занятия серьезной наукой, и к концу 2010-х годов у него все чаще стала мелькать мысль о переходе в научные сотрудники для завершения работы над докторской диссертацией. Но для претворения мечты доцента Соколова в жизнь заведующему Соколову требовалось «распихать» по другим преподавателям многочисленные лекционные курсы и еще как-то объяснить, почему они должны принести себя в жертву чужим амбициям. Неожиданным решением стала случившаяся в 2020 году реорганизация внутренней структуры университета, согласно которой руководимая Евгением Викторовичем кафедра объединялась с кафедрой информационных технологий в экономике и организации производства экономического факультета. Планируемое слияние неизбежно должно было вызвать движение нагрузки и причинить определенные неудобства преподавателям. Поэтому Евгений Викторович с чистой совестью отказался от руководства объединенной кафедрой и с 1 сентября 2020 года приступил к выполнению обязанностей заведующего научно-образовательным центром «Актуальные проблемы математики и компьютерных наук».

Докторскую диссертацию Е. В. Соколов подготовил к маю 2022 года в точном соответствии с планом, составленным им перед переходом на новую должность. Уже упоминавшаяся ранее нескончаемая реорганизация диссертационных советов и здесь внесла свою лепту, поэтому работа была защищена только в марте 2023 года, но зато в Институте математики имени С. Л. Соболева СО РАН – главном российском научном центре исследований в области теории групп. Подготовка диссертации стала для Евгения Викторовича лишь промежуточным этапом; за годы, проведенные на ка-

федре, он накопил множество идей, для осуществления которых требовалось значительно больше времени. В 2022–2025 годах в рамках реализации намеченной научной программы он руководил двумя проектами, поддержанными грантами Российского научного фонда №№ 22-21-00166 и 24-21-00307.

К моменту написания этих строк в списке трудов Е. В. Соколова значились 35 статей в журналах, индексируемых в Web of Science и Scopus [4, 12, 16–18, 24–38, 41, 46–58]. Три из них опубликованы в изданиях, входящих в первый квартиль по SJR, и тридцать – во второй. С полными текстами этих и других работ можно ознакомиться, в том числе, на сайте алгебраического семинара ИвГУ [3], администратором которого Евгений Викторович является с момента его создания в 2004 году. Е. В. Соколова неоднократно приглашали с докладами на конференции всероссийского и международного уровней, проводившиеся в Москве, Екатеринбурге, Новосибирске, Красноярске, Туле, Брянске и других городах. Помимо собственной научной работы он все чаще выступает рецензентом для таких авторитетных изданий, как Сибирский математический журнал, Algebra Colloquium, Journal of Algebra, Journal of Group Theory, Lobachevskii Journal of Mathematics.

Тематикой научных исследований Евгения Викторовича служит изучение аппроксимационных свойств групп, преимущественно представимых в виде некоторой свободной конструкции. Напомним, что группа  $X$  называется *аппроксимируемой классом групп  $\mathcal{C}$  относительно отношения  $\theta$* , определенного как на самой группе, так и на всех ее гомоморфных образах из  $\mathcal{C}$ , если для любых элементов и множеств элементов группы  $X$ , не состоящих в отношении  $\theta$ , найдется гомоморфизм группы  $X$  на группу из класса  $\mathcal{C}$ , при котором образы указанных элементов и множеств по-прежнему не состоят в отношении  $\theta$  [9, с. 75]. Следуя [14], говорят, что подмножество  $Y$  группы  $X$  *отделимо классом  $\mathcal{C}$* , если группа  $X$  аппроксимируема относительно вхождения элемента в подмножество  $Y$ . Если  $\theta$  – это отношение равенства элемента единице, то упоминание о нем обычно опускают. Аппроксимируемость классами всех конечных групп и всех нильпотентных групп (относительно любого отношения) принято называть соответственно *финитной* и *нильпотентной*.

Хорошо известно, что если группа  $X$  конечно определена, то из ее финитной аппроксимируемости относительно  $\theta$  следует разрешимость алгоритмической проблемы, состоящей в определении того, находятся ли заданные элементы и подмножества группы  $X$  в отношении  $\theta$  [14]. Именно это обстоятельство послужило причиной для начала интенсивных и систематических исследований аппроксимационных свойств групп, продолжающихся до сих пор. Вместе с тем, в настоящее время известен и целый ряд других их применений. Так, например, финитная аппроксимируемость группы (относительно равенства) тесно связана со свойствами хопфовости, линейности, гиперболичности и локальной разрешимости [13, 42, 44], в то время как аппроксимируемость конечными  $p$ -группами для всех  $p$  из некоторого бесконечного множества простых чисел означает упорядочиваемость [45] и, в некоторых случаях, нильпотентность [1, 15].

Большая часть статей Е. В. Соколова посвящена изучению аппроксимируемости относительно различных отношений *корневыми классами*

*групп*. Понятие корневого класса было введено К. Грюнбергом в [43] и обрело второе рождение благодаря Д. Н. Азарову, доказавшему, что любая свободная группа аппроксимируется каждым нетривиальным корневым классом групп [2]. Использование данного понятия оказалось весьма продуктивным при исследованиях аппроксимационных свойств свободных конструкций групп: свободных и древесных произведений, HNN-расширений, фундаментальных групп графов групп и др. Согласно одному из равносильных определений, приведенных в [48], класс групп называется корневым, если он замкнут относительно взятия подгрупп и декартовых сплетений. Легко видеть, что к числу корневых относятся, например, классы всех конечных групп, всех разрешимых групп, всех групп без кручения, конечных  $\pi$ -групп и периодических  $\pi$ -групп конечного периода для любого непустого множества  $\pi$  простых чисел, а также всевозможные их пересечения. Классы всех нильпотентных групп, конечных нильпотентных групп и т. п. не являются корневыми, поскольку не замкнуты относительно взятия расширений, однако результаты об аппроксимируемости корневыми классами оказываются полезны и для доказательства нильпотентной аппроксимируемости групп.

Основным методом проводимых Е. В. Соколовым исследований служит так называемый фильтрационный подход, первоначально предложенный Г. Баумслагом [40] для изучения финитной аппроксимируемости обобщенных свободных произведений двух групп и, после ряда обобщений и адаптаций, распространенный Евгением Викторовичем [27] на случай произвольного корневого аппроксимирующего класса групп и фундаментальной группы произвольного графа групп. Кроме этого, для доказательства аппроксимируемости фундаментальных групп графов групп с центральными реберными подгруппами им совместно с Е. А. Тумановой была введена в рассмотрение конструкция обобщенного прямого произведения, ассоциированного с графом групп, и установлены некоторые ее свойства [34]. Главным образом с помощью перечисленных средств удалось исследовать аппроксимируемость корневыми классами а) фундаментальных групп различных графов групп с центральными реберными подгруппами [28, 33–35, 50, 51]; б) обобщенного свободного произведения и HNN-расширения, хотя бы одна из объединенных (связанных) подгрупп которых лежит в центре соответствующего свободного множителя (базовой группы) [37]; в) фундаментальных групп различных графов групп с нормальными реберными подгруппами [36, 38, 58]; г) фундаментальной группы произвольного графа изоморфных групп [57].

В [25] Е. В. Соколовым была доказана аппроксимируемость относительно сопряженности корневым классом  $\mathcal{C}$ , состоящим из конечных групп, произвольного расширения свободной группы при помощи  $\mathcal{C}$ -группы. Данное утверждение открывает дорогу к изучению  $\mathcal{C}$ -аппроксимируемости относительно сопряженности свободных конструкций групп, и с его помощью Евгением Викторовичем уже были получены результаты об указанной аппроксимируемости (обычного) свободного произведения произвольного числа  $\mathcal{C}$ -аппроксимируемых относительно сопряженности групп и фундаментальной группы конечного графа таких групп с конечными реберными подгруппами. Также с использованием данного утверждения и в предположении, что  $\mathcal{C}$  – корневой класс, состоящий из периодических

групп, удалось полностью решить вопрос о  $\mathcal{C}$ -аппроксимируемости относительно сопряженности обычных и обобщенных групп Баумслэга – Солитэра [55].

Одно общее необходимое условие нильпотентной аппроксимируемости фундаментальной группы произвольного графа групп было указано А. Е. Куваевым, аспирантом Е. В. Соколова, в [11]. Идея, состоящая в использовании данного результата в сочетании с известными достаточными условиями аппроксимируемости конечными  $p$ -группами, была успешно реализована Евгением Викторовичем в [50, 54] для получения критерия нильпотентной аппроксимируемости обобщенной группы Баумслэга – Солитэра и критериев аппроксимируемости конечными нильпотентными и метанильпотентными группами обобщенных свободных произведений с различными ограничениями на объединенные подгруппы. Кроме этого, Е. В. Соколовым найдены описания отделимых подгрупп в нильпотентных и нильпотентно аппроксимируемых группах определенного вида [24, 26, 53], которые неоднократно применялись при изучении аппроксимируемости свободных конструкций групп корневыми классами [26, 28, 31, 32, 36, 37, 58] и нильпотентными группами [54].

Еще одним направлением научной работы Евгения Викторовича является исследование свойства отделимости подгрупп. Отделимость циклических подгрупп обобщенных свободных произведений двух групп классами всех конечных групп и конечных  $p$ -групп изучалась им в [17, 23, 41, 46]. Позднее идеи этих работ были распространены на другие свободные конструкции [6, 22, 47] и классы групп [7, 10, 21]. В [29, 30, 52] Е. В. Соколовым предложен универсальный метод изучения отделимости произвольными корневыми классами групп конечно порожденных абелевых подгрупп фундаментальных групп произвольных графов групп. В [4, 30] данный метод использовался для описания отделимых подгрупп фундаментальных групп графов групп с центральными реберными подгруппами и обобщенных свободных произведений с нормальными объединенными подгруппами, аппроксимируемость которых корневыми классами была установлена ранее в [28, 36, 39]. Также Евгением Викторовичем найден критерий отделимости произвольным корневым классом групп подгрупп с тождеством для (обычного) свободного произведения семейства групп и расширения свободной группы при помощи группы из аппроксимирующего класса [30, 56].

По мнению Е. В. Соколова, все перечисленные направления исследований далеки от своего завершения. В наибольшей степени изучено свойство аппроксимируемости корневыми классами относительно равенства, но и здесь возможно обобщение и дополнение уже полученных результатов. Подход, использованный для доказательства нильпотентной аппроксимируемости обобщенных свободных произведений двух групп, скорее всего, удастся распространить сначала на конструкцию HNN-расширения, а затем и на фундаментальные группы произвольных графов групп. Метод исследования отделимости абелевых подгрупп можно и далее применять к фундаментальным группам графов групп, аппроксимируемость которых корневыми классами была установлена ранее. Кроме того, стоит попытаться обобщить его на случай, когда рассматриваемая подгруппа удовлетворяет произвольному нетривиальному тождеству, а также выработать

аналогичный подход для изучения отделимости нильпотентными группами. Наконец, выполняемые при помощи алгебраических методов исследования аппроксимируемости относительно сопряженности произвольными корневыми классами находятся в самом зачатке. Известные утверждения о финитной аппроксимируемости относительно сопряженности позволяют надеяться на получение значительного числа новых результатов в данной области. Таким образом, подводит итог Евгений Викторович, в ближайшие 10 лет ему определено найдется, чем заняться.

Автор выражает благодарность юбиляру за предоставление ряда документов, касающихся его научной деятельности и работы кафедры вычислительной и прикладной математики.

### Библиографический список

1. Азаров Д. Н. Некоторые аппроксимационные свойства групп конечного ранга // Модел. и анализ информ. систем. 2014. Т. 21, № 2. С. 50–55.
2. Азаров Д. Н., Тьеджо Д. Об аппроксимируемости свободного произведения групп с объединенной подгруппой корневым классом групп // Науч. тр. Иван. гос. ун-та. Математика. Вып. 5 (2002). С. 6–10.
3. Алгебраический семинар Ивановского государственного университета. URL: <http://math.ivanovo.ac.ru/tg-seminar/> (дата обращения: 01.03.2026).
4. Баранов Д. Р., Соколов Е. В. Об отделимости абелевых подгрупп свободного произведения двух групп с нормальной объединенной подгруппой // Сиб. матем. журн. 2025. Т. 66, № 2. С. 165–179.
5. Всероссийская конференция «Алгебра и теория алгоритмов», посвященная 100-летию факультета математики и компьютерных наук Ивановского государственного университета. URL: <http://math.ivanovo.ac.ru/math-ivsu-100/index.html> (дата обращения: 01.03.2026).
6. Гайворонская М. Ю., Соколов Е. В. О финитной отделимости циклических подгрупп HNN-расширений групп // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2010. Вып. 2. С. 90–97.
7. Гудовщикова А. С., Соколов Е. В. Некоторые аппроксимационные свойства обобщенных свободных произведений двух групп // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2012. Вып. 2. С. 115–123.
8. Иванова Т. П., Соколов Е. В. От вычислительной математики к компьютерным наукам: из истории кафедры вычислительной математики и компьютерного образования на факультете математики и компьютерных наук ИвГУ. URL: <http://math.ivanovo.ac.ru/hist/cshistory.htm> (дата обращения: 01.03.2026).
9. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Бесконечные группы // Итоги науки. Сер.: Математика. Алгебра. Топология. Геометрия. 1966. М.: ВИНТИ, 1968. С. 57–90.
10. Коптева А. А., Соколов Е. В. Некоторые аппроксимационные свойства HNN-расширений групп // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2013. Вып. 2. С. 78–88.
11. Куваев А. Е. Необходимые условия нильпотентной аппроксимируемости некоторых теоретико-групповых конструкций // Сиб. матем. журн. 2019. Т. 60, № 6. С. 1335–1349.
12. Куваев А. Е., Соколов Е. В. Необходимые условия аппроксимируемости обобщенных свободных произведений и HNN-расширений групп // Изв. вузов. Математика. 2017. № 9. С. 36–47.
13. Мальцев А. И. Об изоморфном представлении бесконечных групп матрицами // Матем. сб. 1940. Т. 8, № 3. С. 405–422.
14. Мальцев А. И. О гомоморфизмах на конечные группы // Учен. зап. Иван. гос. пед. ин-та. 1958. Т. 18. С. 49–60.
15. Сексенбаев К. К теории полициклических групп // Алгебра и логика. Семинар. 1965. Т. 4, № 3. С. 79–83.

16. Соколов Е. В. Замечание об отделимости подгрупп в классе конечных  $\pi$ -групп // Матем. заметки. 2003. Т. 73, № 6. С. 904–909.
17. Соколов Е. В. Об аппроксимируемости конечными  $p$ -группами свободных произведений групп с нормальным объединением // Матем. заметки. 2005. Т. 78, № 1. С. 125–131.
18. Соколов Е. В. Финитная аппроксимируемость относительно сопряженности нисходящих HNN-расширений конечно порожденных абелевых групп // Матем. заметки. 2005. Т. 78, № 5. С. 748–762.
19. Соколов Е. В. Нормативно-методические материалы по разработке основных образовательных программ направлений 010100 «Математика» и 010200 «Математика и компьютерные науки» (бакалавриат и магистратура). Вып. 1. Учебные планы направлений. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2010.
20. Соколов Е. В. О структуре учебных планов направлений «Математика» и «Математика и компьютерные науки» // Научно-методические аспекты перехода университета на уровневую систему образования: сб. науч.-метод. ст. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2011. С. 105–110.
21. Соколов Е. В. Об отделимости циклических подгрупп свободной группы корневым классом групп // Математика и ее приложения. Вып. 8 (2011). С. 101–104.
22. Соколов Е. В. Некоторые аппроксимационные свойства свободного произведения двух групп с централизованными подгруппами // Математика и ее приложения. Вып. 9 (2012). С. 45–52.
23. Соколов Е. В. Отделимость подгрупп некоторыми классами конечных групп. Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012.
24. Соколов Е. В. Об отделимости подгрупп нильпотентных групп в классе конечных  $\pi$ -групп // Сиб. матем. журн. 2014. Т. 55, № 6. С. 1381–1390.
25. Соколов Е. В. Об аппроксимируемости относительно сопряженности некоторых свободных конструкций групп корневыми классами конечных групп // Матем. заметки. 2015. Т. 97, № 5. С. 767–780.
26. Соколов Е. В. Об отделимости подгрупп нильпотентно аппроксимируемых групп в классе конечных  $\pi$ -групп // Сиб. матем. журн. 2017. Т. 58, № 1. С. 219–229.
27. Соколов Е. В. Об аппроксимируемости корневыми классами фундаментальных групп графов групп // Сиб. матем. журн. 2021. Т. 62, № 4. С. 878–893.
28. Соколов Е. В. Об аппроксимируемости корневыми классами фундаментальных групп некоторых графов групп с центральными реберными подгруппами // Сиб. матем. журн. 2021. Т. 62, № 6. С. 1382–1400.
29. Соколов Е. В. Об отделимости абелевых подгрупп фундаментальных групп графов групп. I // Сиб. матем. журн. 2023. Т. 64, № 5. С. 1083–1093.
30. Соколов Е. В. Об отделимости абелевых подгрупп фундаментальных групп графов групп. II // Сиб. матем. журн. 2024. Т. 65, № 1. С. 207–228.
31. Соколов Е. В. Некоторые аппроксимационные свойства ограниченных нильпотентных групп и их древесных произведений // Изв. вузов. Математика. 2025. № 4. С. 60–70.
32. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Достаточные условия аппроксимируемости некоторых обобщенных свободных произведений корневыми классами групп // Сиб. матем. журн. 2016. Т. 57, № 1. С. 171–185.
33. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Аппроксимируемость корневыми классами HNN-расширений с центральными циклическими связанными подгруппами // Матем. заметки. 2017. Т. 102, № 4. С. 597–612.
34. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Обобщенные прямые произведения групп и их применение к изучению аппроксимируемости свободных конструкций групп // Алгебра и логика. 2019. Т. 58, № 6. С. 720–740.
35. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Об аппроксимируемости корневыми классами древесных произведений с центральными объединенными подгруппами // Сиб. матем. журн. 2020. Т. 61, № 3. С. 692–702.
36. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Об аппроксимируемости корневыми классами некоторых свободных произведений групп с нормальными объединенными подгруппами // Изв. вузов. Математика. 2020. № 3. С. 48–63.

37. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Об аппроксимируемости корневыми классами групп некоторых обобщенных свободных произведений и HNN-расширений // Сиб. матем. журн. 2023. Т. 64, № 2. С. 405–422.
38. Соколов Е. В., Туманова Е. А. Об аппроксимируемости корневыми классами древесных произведений групп с нормальными реберными подгруппами // Сиб. матем. журн. 2026. Т. 67, № 1. С. 152–174.
39. Туманова Е. А. Об аппроксимируемости корневыми классами групп обобщенных свободных произведений с нормальным объединением // Изв. вузов. Математика. 2015. № 10. С. 27–44.
40. Baumslag G. On the residual finiteness of generalized free products of nilpotent groups // Trans. Amer. Math. Soc. 1963. Vol. 106. P. 193–209.
41. Bobrovskii P. A., Sokolov E. V. The cyclic subgroup separability of certain generalized free products of two groups // Algebra Colloq. 2010. Vol. 17, № 4. P. 577–582.
42. Gromov M. Hyperbolic groups // In: Gersten S. M. (eds) Essays in group theory. Mathematical Sciences Research Institute Publications. Vol. 8. New York: Springer, 1987. P. 75–263.
43. Gruenberg K. W. Residual properties of infinite soluble groups // Proc. London Math. Soc. (3). 1957. Vol. 7. P. 29–62.
44. Lubotzky A., Mann A. Residually finite groups of finite rank // Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 1989. Vol. 106, № 3. P. 385–388.
45. Rhemtulla A. H. Residually  $\mathcal{F}_p$ -groups, for many primes  $p$ , are orderable // Proc. Amer. Math. Soc. 1973. Vol. 41, № 1. P. 31–33.
46. Sokolov E. V. On the cyclic subgroup separability of free products of two groups with amalgamated subgroup // Lobachevskii J. Math. 2002. Vol. 11. P. 27–38.
47. Sokolov E. V. On the cyclic subgroup separability of the free product of two groups with commuting subgroups // Int. J. Algebra Comput. 2014. Vol. 24, № 5. P. 741–756.
48. Sokolov E. V. A characterization of root classes of groups // Comm. Algebra. 2015. Vol. 43, № 2. P. 856–860.
49. Sokolov E. V. A necessary condition for the residual nilpotence of HNN-extensions // Lobachevskii J. Math. 2018. Vol. 39, № 2. P. 281–285.
50. Sokolov E. V. Certain residual properties of generalized Baumslag–Solitar groups // J. Algebra. 2021. Vol. 582. P. 1–25.
51. Sokolov E. V. Certain residual properties of HNN-extensions with central associated subgroups // Comm. Algebra. 2022. Vol. 50, № 3. P. 962–987.
52. Sokolov E. V. On conditions for the root-class residuality of the fundamental groups of graphs of groups // Lobachevskii J. Math. 2023. Vol. 44, № 12. P. 5444–5452.
53. Sokolov E. V. On the separability of subgroups of nilpotent groups by root classes of groups // J. Group Theory. 2023. Vol. 26, № 4. P. 751–777.
54. Sokolov E. V. On the residual nilpotence of generalized free products of groups // J. Algebra. 2024. Vol. 657. P. 292–326.
55. Sokolov E. V. On the conjugacy separability of ordinary and generalized Baumslag–Solitar groups // J. Pure Appl. Algebra. 2025. Vol. 229, № 2. Article 107906.
56. Sokolov E. V. On the subgroup separability of the free product of groups // Lobachevskii J. Math. 2025. Vol. 46, № 7. P. 3588–3594.
57. Sokolov E. V., Tumanova E. A. To the question of the root-class residuality of free constructions of groups // Lobachevskii J. Math. 2020. Vol. 41, № 2. P. 260–272.
58. Sokolov E. V., Tumanova E. A. Certain residual properties of HNN-extensions with normal associated subgroups // J. Group Theory. 2026. Vol. 29, № 1. P. 55–84.

#### *Информация об авторе / Information about the author*

*Туртин Дмитрий Витальевич* – кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой фундаментальной математики, Ивановский государственный университет, г. Иваново, Россия, [turtin@mail.ru](mailto:turtin@mail.ru)

*Turtin Dmitry Vitalievich* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Fundamental Mathematics, Ivanovo State University, Ivanovo, Russia, [turtin@mail.ru](mailto:turtin@mail.ru)